

УДК 629.7.03:681.5.03 (045)

Єнчев С. В.

канд. техн. наук, доцент, заступник директора Навчально-наукового аерокосмічного інституту, Національний авіаційний університет, Київ, Україна, e-mail: esw@ukr.net

## ДИНАМІЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ АВІАЦІЙНОГО ГАЗОТУРБІННОГО ДВИГУНА

*Аналізується можливість адаптації систем автоматичного керування авіаційних газотурбінних двигунів, які на кожному режимі свого функціонування забезпечують оптимальне використання ресурсів для досягнення основної мети з використанням багатьох обмежень. Сформовано метод оптимізації законів керування газотурбінного двигуна на основі методу динамічного програмування по принципу оптимальності Беллмана. На основі описаного методу розроблено алгоритм вирішення задачі оптимізації керування газотурбінного двигуна. В алгоритмі оптимізації керування системи автоматичного керування обрано метод Нелдера-Міда.*

**Ключові слова:** система автоматичного керування, авіаційний газотурбінний двигун, динамічна оптимізація, критерій, цільова функція, повітряне судно, ефективність.

### Вступ

На сьогодні, вимоги науково-технічного прогресу висувають на передній план створення систем автоматичного керування (САК), які на кожному режимі свого функціонування оптимально використовують всі наявні ресурси – енергетичні, інформаційні, обчислювальні тощо для досягнення головної для цього режиму мети при наявності багатьох обмежень.

Повною мірою це стосується і створення САК для авіаційних газотурбінних двигунів (ГТД). Авіаційний ГТД, як об'єкт керування, має ряд особливостей, які визначають вимоги до керуваної частини САК. Він являє собою нелінійний нестационарний багатовимірний та багатозв'язний об'єкт, тому для його ефективного керування необхідно використовувати нелінійне оптимальне багатозв'язне керування, причому в алгоритмі керування нелінійна модель двигуна та обмеження на швидкість руху виконавчих органів і величину керуючих збурень повинні бути задані в явному вигляді.

### 1. Постановка завдання

Задача оптимізації САК ГТД на етапі польоту повітряного судна (ПС) полягає у досягненні оптимальної функції цілі, що характеризує ефективність ПС [1]:

$$\bar{\mathbf{u}} = \underset{\mathbf{u}}{\text{opt}} \mathcal{C}(\mathbf{u}),$$

де  $\mathcal{C}(\mathbf{u})$  - функція цілі.

В якості параметрів керування процесом виступають параметри регулювання ГТД  $u_i$ . Функція керування  $\mathbf{u}$  формується як сукупність

функцій зміни параметрів регулювання ГТД залежно від поточної дальності польоту ПС  $D$ :

$$\mathbf{u} = \{u_1(D), u_2(D), \dots, u_n(D)\}. \quad (1)$$

Значення параметрів регулювання ГТД у кожній точці траєкторії польоту ПС визначають режим роботи ГТД, його тягу, динаміку, що в кінцевому рахунку, впливають на ефективність ПС [2].

Багатокритеріальність оцінки ефективності ПС може бути забезпечена шляхом розподілення функції цілі на декілька критеріїв:

$$\mathcal{C}(\mathbf{u}) = \Psi(Y(\mathbf{u})), \quad (2)$$

де  $Y(\mathbf{u}) = \{Y_1(\mathbf{u}), Y_2(\mathbf{u}), \dots, Y_m(\mathbf{u})\}$  - сукупність критеріїв ефективності застосування ПС.

Взаємозв'язок функції керування та критеріїв ефективності ПС визначається математичною моделлю польоту ПС, шляхом чисельного розв'язку системи рівнянь динаміки польоту ПС.

Відповідно [3], моделювання типових польотних циклів ПС цивільної авіації виконується за етапами польоту. Тобто, оптимізація алгоритмів керування САК ГТД виконується на кожному етапі окремо за допомогою відповідної математичної моделі. Розглянемо особливості призначення ПС та особливості керування ГТД на кожному з етапів польоту.

На етапах злету і посадки, очікування та передпосадкового маневрування режими роботи ГТД будуть визначатися [3] вимогами безпеки, експлуатаційними вимогами, відповідно до яких робота ГТД частіше за все здійснюється на гра-

ничних режимах і не передбачає оптимізації. На етапах набору висоти та спуску режими роботи ГТД теж регламентовані, але у разі зміни висоти польоту параметри двигунів не залишаються постійними, а змінюються відповідно до обраного закону керування ГТД і зміною зовнішніх умов. Оптимізація керування на цих етапах польоту полягає у виборі найвигіднішого закону керування ГТД, який разом з результатами оптимізації на крейсерському режимі польоту, забезпечить максимальну ефективність ПС.

Для ПС цивільної авіації можна визначити такі етапи оптимізації САК ГТД:

Формування множини можливих законів керування САК ГТД.

Визначення маси та швидкості ПС на початку етапу набору висоти.

Моделювання етапу набору висоти за заданою програмою  $v = \psi(H)$  з різними законами керування САК ГТД і визначення параметрів стану ПС в кінці даного етапу.

Оптимізація режимів ГТД на крейсерській ділянці польоту для кожного варіанту набору висоти за сукупністю критеріїв ефективності ПС.

Вибір оптимального варіанту закону керування САК ГТД.

## 2. Метод оптимізації законів керування САК ГТД

Критерії ефективності ПС [1] залежать від параметрів стану системи в кінці процесу, які є функціоналами і їх значення залежать від вибору функції керування ГТД. Методи, що дозволяють знаходити оптимальні функції керування, базуються на теорії варіаційного числення, оптимального керування та динамічного програмування [2].

Задача оптимізації законів керування САК ГТД з використанням моделі польоту ПС не може бути розв'язана аналітичними методами варіаційного числення і методами на основі принципу максимуму Понтрягіна [2]. Її розв'язання можливе чисельними методами динамічного програмування.

Метод динамічного програмування оснований на принципі оптимальності Беллмана, сформульованого для розв'язання багатьох задач керування, які можна розділити на ряд послідовних етапів. Якщо задані початковий і кінцевий стан системи та перехід із початкового у кінцевий стани здійснюється в декілька проміжних етапів, на кожному з яких система може знаходитися в одному із станів, то задача полягає в тому, щоб обрати таку змінну функцію керування, при якому деяка кількісна оцінка процесу досягає мінімуму.

Функція керування на  $i$ -му кроці називається кроковим керуванням і позначається  $u^{(i)}$ . Якщо

кількість етапів  $n$ , то задача полягає у пошуку послідовності крокових рівнянь, тобто мно-

жини  $u = \{u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(n)}\}$ . Так як початковий стан системи заданий, то послідовність крокових рівнянь однозначно визначає послідовність переходів системи із одного стану в другий.

Потрібно знайти таку послідовність крокових рівнянь  $u$ , при якій значення цільової функції в кінці процесу досягає оптимуму:

$$Ц(u) = \psi(Y(u)) \rightarrow \text{opt} . \quad (3)$$

Кожний критерій ефективності залежить від значень параметрів стану системи:

$S^{(n)}(u) = \{S_1^{(n)}(u), S_2^{(n)}(u), \dots, S_l^{(n)}(u)\}$  в кінці процесу, і функція цілі залежить від  $S^{(n)}(u)$ :

$$Ц(u) = \psi(S^{(n)}(u)) . \quad (4)$$

Стан  $S^{(i)}$ , в який перейде система на черговому  $i$ -му кроці, залежить тільки від попереднього стану  $S^{(i-1)}$  і керування на цьому кроці  $u^{(i)}$ :

$$S^{(i)} = f(S^{(i-1)}, u^{(i)}) . \quad (5)$$

Згідно з принципом Беллмана для поточного стану  $S^{(i)}$  оптимум функції цілі є умова оптимальності керування на наступних етапах. Відповідно, на останньому кроці  $n$  можна знайти оптимальний перехід в кінцевий стан  $u^{(n)}$  одним з чисельних методів параметричної оптимізації:

$$Ц = \text{opt}_{u^{(n)}} \Psi(S^{(n-1)}, u^{(n)}) . \quad (6)$$

Для передостаннього кроку  $(n-1)$  виконується аналогічна операція, але при перевірці кожного варіанту керування  $u^{(n-1)}$  виконується оптимізація керування на останньому кроці.

Аналогічно, у випадку зміни керування  $u^{(i)}$  повторюється рекурентна оптимізація керування для наступних кроків (ділянок траєкторії), можна здійснити тільки після того, як буде визначено оптимальне керування на всіх наступних етапах і розраховано значення функції.

Отже, задача пошуку оптимуму функції керування САК ГТД, яка складається  $n$  кроків, може бути зведена до  $n$  задач параметричної оптимізації.

### 3. Алгоритм розв'язання задачі оптимізації САК ГТД

На основі описаного методу можна сформулювати такий алгоритм вирішення задачі оптимізації САК ГТД:

Задаються початкові значення параметрів регулювання авіаційного ГТД на кожній ділянці траєкторії і значення параметрів стану ПС у початковій точці. Оптимізація розпочинається з розрахунку першої ділянки траєкторії.

Залежно від стану ПС на початку ділянки і значень параметрів регулювання ГТД розраховуються значення параметрів стану в кінці ділянки.

Якщо поточна ділянка не остання, то відбувається перехід до розрахунку наступної ділянки траєкторії.

Якщо поточна ділянка остання, то розраховуються значення критеріїв ефективності ПС і функції цілі.

Перевіряється виконання умови збіжності розв'язання при поточних значеннях параметрів регулювання ГТД на даній ділянці траєкторії. Якщо умова збіжності рішення не виконується, то визначаються нові значення параметрів регулювання і розрахунок повторюється. У випадку, коли умова збіжності рішення виконується і поточна ділянка траєкторії перша, то розрахунок припиняється. В іншому разі – здійснюється повернення до оптимізації керування на попередній ділянці траєкторії.

Блок-схема алгоритму оптимізації керування САК ГТД наведена на рис. 1. Кожна із вкладених задач оптимізації керування САК ГТД на окремій ділянці траєкторії вирішується за допомогою одного з чисельних методів параметричної оптимізації [3].

### 4. Параметрична оптимізація керування САК ГТД

Для вирішення задач оптимізації існує велика кількість методів [2]. Їх можна поділити на методи нульового порядку або прямі. У них використовуються лише значення функції, а не її похідні. Градієнтні або методи першого порядку використовують перші частинні похідні функції цілі. І, нарешті, методи другого порядку, в яких додатково використовують другі частинні похідні функції цілі. Методи другого порядку знаходять рішення за найменшу кількість кроків, але у випадку складного алгоритму розрахунку функції цілі, можуть вимагати занадто великого об'єму і часу обчислень.

Тому в алгоритмі оптимізації керування САК ГТД обрано метод Нелдера-Міда. Для пошуку оптимального рішення за допомогою цього методу необхідно у просторі оптимізованих

змінних задати  $(m + 1)$  точку  $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{m+1}^{(0)}$

так, щоб вектори  $(x_2^{(0)} - x_1^{(0)}), (x_3^{(0)} - x_1^{(0)}), \dots,$

$(x_{m+1}^{(0)} - x_1^{(0)})$  були лінійно незалежними. Тоді ці точки можна інтерпретувати як вершини  $m$ -вимірного багатокутника.

Нехай точки  $x_1, x_2, \dots, x_{m+1}$  є вершинами багатокутника, заданого у початковому наближенні або отримані на попередній ітерації та пронумеровані таким чином, що

$$f(x_1) = \min_{1 \leq i \leq m+1} f(x_i); f(x_{m+1}) = \max_{1 \leq i \leq m+1} f(x_i).$$

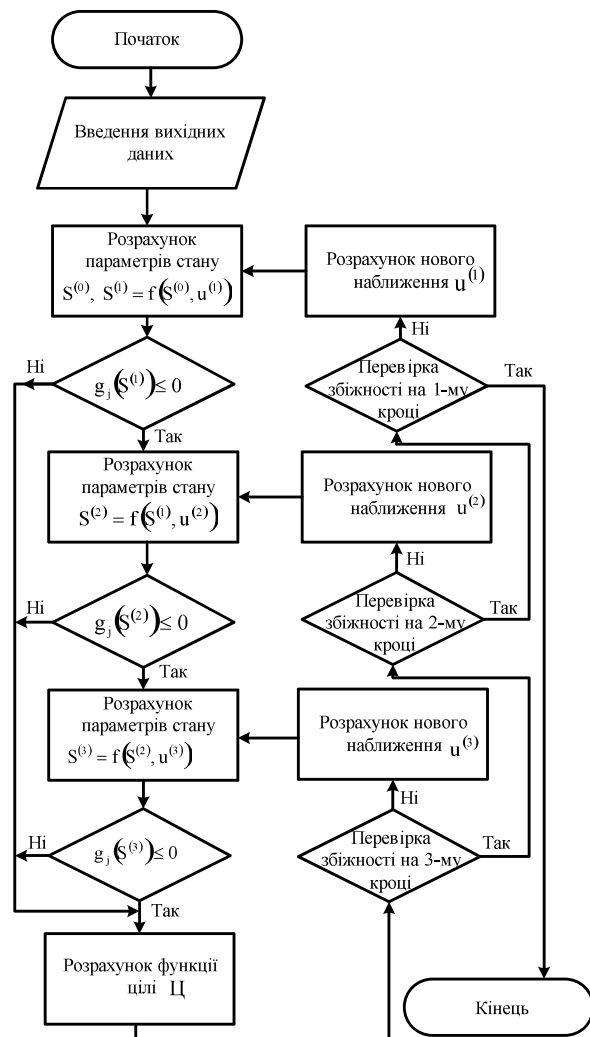


Рис. 1. Блок-схема алгоритму оптимізації функції керування САК ГТД

Точку  $x_{m+1}$  відкидають як найбільш невдалу. Надалі розраховують моду точок, що залишили-

ся за формулою  $mod = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i$  і будуюмо пробну точку

$$x_{пр} = mod + \alpha (mod - x_{m+1}).$$

Вершина  $x_{m+1}$  відображається відносно mod з коефіцієнтом відображення  $\alpha$ , де  $\alpha \geq 1$ .

Можливі чотири випадки:

1.  $f(x_{\text{пр}}) \leq f(x_1)$ , тобто вибір пробної точки призвів до зменшення значення цільової функції. Тоді напрямком відображення вважається вдалим і робиться спроба «розтягнути» багатогранник у цьому напрямку з коефіцієнтом розтягнення  $\beta > \alpha$ . Далі знаходимо точку  $x_p = \text{mod} + \beta(\text{mod} - x_{m+1})$ , якщо  $f(x_p) \leq f(x_1)$ , то розтягнення відбулося вдало і точку  $x_{m+1}$  замінюють на  $x_p$ . В іншому випадку розтягнення відбулося невдало і проводять заміну  $x_{m+1}$  на  $x_{\text{пр}}$ .

2.  $f(x_{m+1}) \leq f(x_{\text{пр}})$ . У такому разі виконується операція редукції (стиснення багатогранника до найкращої вершини) з коефіцієнтом стиснення  $0 < \gamma < 1$  - усі вершини багатогранника за винятком  $x_1$  замінюють на вершини  $x_i = x_1 + \gamma(x_i - x_1)$ , де  $i = \overline{2, m+1}$ .

3.  $f(x_1) \leq f(x_{\text{пр}}) \leq f(x_m)$ , тобто пробна точка не призвела до зменшення цільової функції, але й не стала найгіршою в наборі  $x_1, x_2, \dots, x_{m+1}$ . У такому разі точка визнається задовільною і  $x_{m+1}$  замінюють на  $x^{(n)}$ .

4.  $f(x_m) \leq f(x_{\text{пр}}) \leq f(x_{m+1})$ , тобто значення функції у пробній точці більше, ніж в точках  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , але менше, ніж у точці  $x_{m+1}^{(n)}$ . У такому разі багатогранник стискають до основи з коефіцієнтом  $\gamma = 0,5$ , а точку  $x_{m+1}$  замінюють на точку:

$$x_{\text{ст}} = \text{mod} + \gamma(\text{mod} - x_{m+1}).$$

Критерієм завершення обчислень у випадку пошуку точки з мінімальним значенням цільової функції є виконання умови:

$$\sigma = \frac{1}{m+1} \sqrt{\sum_{i=1}^{m+1} [f(x_i) - \bar{f}]^2} \leq \varepsilon,$$

де  $\varepsilon$  - допустима середньоквадратична похибка;  $\bar{f} = \frac{1}{m+1} \sum_{i=1}^{m+1} f(x_i)$  - середньоарифметичне значення цільової функції у вершинах багатокутника.

Різним критеріям оцінки ефективності ПС відповідають різні варіанти керування його двигунами. Тому важливим у розробці методу оптимізації САК ГТД є вибір методу розрахунку цільової функції. У більшості задач багатомірної багатокритеріальної оптимізації раціональним є використання мінімаксного принципу оптимальності, що дозволяє розраховувати значення цільової функції на основі сукупності критеріїв. Згідно з цим принципом, мінімізованою величиною є максимальне значення із набору нормованих критеріїв ефективності [1]:

$$Y(u) = \max_j (\lambda_j K_j^n(u)) \rightarrow \min,$$

де  $\lambda_j$  - міра значимості  $j$ -го критерію;  $K_j^n(u)$  - нормоване значення критерію ефективності, яке характеризує відносне відхилення по-

точного значення даного критерію  $K_j(u)$  від його оптимального значення  $K_j^{\text{opt}}$ , знайденого у результаті однокритеріальної оптимізації. Нормоване значення критерію ефективності визначається за умов:

1. Мінімізації критерію:

$$K_j^n(u) = \frac{K_j(u) - K_j^{\text{opt}}}{K_j^{\text{opt}}}.$$

2. Максимізації критерію:

$$K_j^n(u) = \frac{K_j^{\text{opt}} - K_j(u)}{K_j^{\text{opt}}}.$$

У разі досліджень різних варіантів керування авіаційним ГТД потрібно враховувати сукупність обмежень на режими польоту ПС та роботи його силової установки - швидкість польоту, кут атаки, частоти обертання роторів ГТД, температуру тощо.

### Висновки

Таким чином, метод оптимізації САК ГТД за критеріями ефективності ПС, що базується на методі динамічного програмування, виконується шляхом декомпозиції неперервного процесу на декілька етапів і розв'язку супутніх задач параметричної оптимізації значень функції керування на кожному етапі з урахуванням обмежень.

### Література

1. Системна ефективність програмованої експлуатації авіоніки [Текст] / В.П. Захарченко, С.В. Єнчев, С.С. Товкач и др. - К.: НАУ, 2018. - 192 с.



2. Моисеев Н.Н. Методы оптимизации [Текст] / Н. Н. Моисеев, Ю. П. Иванюков, Е.Н. Столярова. - М. : Наука, 1978. - 352 с.

3. Скрипниченко С.Ю. Оптимизация режимов полета по экономическим критериям [Текст] / С.Ю. Скрипниченко. - М.: Машиностроение, 1988. - 152 с.

4. Єнчев С.В. Оптимізація керування авіаційного газотурбінного двигуна в реальному часі [Текст] / С.В. Єнчев // The international research and practical conference “The development of technical sciences: problems and solutions“, April 27-28, 2018 : Proceedings of the Conference. – Brno, The Czech Republic : Baltija Publishing, 2018. – pp. 102-105.

Надійшла до редакції 01.08.2018

#### **С.В. Єнчев. Динамическая оптимизация системы автоматического управления авиационного газотурбинного двигателя**

*Анализируется возможность адаптации систем автоматического управления авиационных газотурбинных двигателей, которые на каждом режиме своего функционирования обеспечивают оптимальное использование ресурсов для достижения основной цели с использованием многих ограничений. Сформирован метод оптимизации законов управления газотурбинного двигателя на основе метода динамического программирования по принципу оптимальности Беллмана. На основе описанного метода разработан алгоритм решения задачи оптимизации управления газотурбинного двигателя. В алгоритме оптимизации управления системы автоматического управления выбран метод Нелдера-Мида.*

**Ключевые слова:** система автоматического управления, авиационный газотурбинный двигатель, динамическая оптимизация, критерий, целевая функция, воздушное судно, эффективность.

#### **S. V. Yenchov Dynamic optimization of the automatic control system of an aviation gas turbine engine**

*The paper analyzes the possibility of adapting the systems of automatic control of aviation turbo-engines, which, at every mode of functioning provide the optimal use of resources for the achievement of primary purpose with the use of many limitations. The task of optimization the system of automatic control of turbo-engine on the stage of flight of air ship consists in the achievement of optimum of function whole, that characterizes efficiency of his application. The parameters of adjusting of engine come forward as parameters of process control. Intercommunication between function of control and criteria of efficiency of aircraft is determined by the mathematical model of flight, by the numeral solution of the system of flight dynamics equations of the aircraft. Modeling of typical flight cycles of an aircraft is carried out during flight stages. That is, the optimization of the engine control algorithms is performed at each stage separately using the appropriate mathematical model. The method of optimization of gas turbine engine control laws is based on the method of dynamic programming based on the principle of Bellman's optimality in the form of recurrent optimization of control for areas of the trajectory. On the basis of the described method an algorithm for solving the gas turbine engine optimization problem is developed. In the algorithm of optimization of control of the system of automatic control, the method of Nelder-Mead was chosen. The criterion for completing calculations in the case of finding a point with a minimum value of the target function is to fulfill the condition for the entry of the mean square error in the permissible limits. It has been established that in the case of investigations of various variants of aircraft control, it is necessary to take into account the combination of restrictions on the flight modes of an aircraft and the work of its power plant - flight speed, angle of attack, rotor speed, temperature before the turbine. Thus, the method of optimizing the control of aviation gas turbine engine based on aircraft performance criteria based on the dynamic programming method is performed by decomposing the continuous process into several stages and solving the related problems of parametric optimization of the values of the control function at each stage, taking into account the constraints.*

**Keywords:** automatic control system, aviation gas-turbine engine, dynamic optimization, criterion, objective function, aircraft, efficiency.

**References**

1. Zakharchenko V. P., Yenchov, S. V., Tovkach S. S., Il'yenko S. S. Systemna efektyvnist' prohramovanoj ekspluatatsiji avioniky [Systemic efficiency of programmable exploitation of avionics]. Kyiv, National aviation univ. Publ., 2018. 192 p.

2. Moiseev H. H., Ivanilov Ju. P., Stoljarova E. H. Metody optimizacii [Optimization methods]. Moscow, Science Publ., 1978. 352 p.

3. Skripnichenko S. Ju. Optimizacija rezhimov poleta po jekonomicheskim kriterijam [Optimiza-

tion of flight regimes by economic criteria]. Moscow. Mechanical engineering Publ., 1988. 152 p.

4. Yenchov S. V. Optyimizatsiya keruvannya aviatsijnoho hazoturbinnoho dvyhuna v real'nomu chasi [Optimizing aviation gas turbine engine control in real time]. The international research and practical conference "The development of technical sciences: problems and solutions", April 27-28, 2018: Proceedings of the Conference. Brno, The Czech Republic: Baltija Publishing, 2018, pp.102-105.