

УДК 629.7.054

**В.В. КАРАЧУН**

*Национальный технический университет Украины «КПИ», г. Киев*

## **РАЗВИТИЕ РЕЗОНАНСА СОВПАДЕНИЯ В ОБОЛОЧКЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ**

*Строится расчетная модель упругого взаимодействия звуковой волны с круговой оболочкой. Проводится анализ динамики оболочки с позиций ее звукопроницаемости. Доказано, что на частотах ниже граничной в оболочке возможно возникновение резонанса окружной волны в виде волнового совпадения следа окружности шпангоута и следа длины продольной волны на плоскость, параллельную фронту плоской волны. Проведен сравнительный анализ результатов с приближенной расчетной моделью в виде плоского элемента поверхности. Отмечена невозможность резонанса изгибной волны на частотах ниже граничной.*

**Ключевые слова:** оболочка, резонанс совпадения, волновой размер, звуковая волна, граничная частота.

### **Введение**

Исследования относятся к области прикладной механики и посвящены анализу динамики круговой оболочки в реверберационном пространстве звуковых волн. Изучается математическая модель оболочки в виде системы с распределенными параметрами. Проводится сравнительный анализ с расчетной моделью в виде пластинчатого элемента поверхности оболочки. Раскрывается природа возникновения особенностей резонансного типа в эксплуатационных условиях летного изделия.

### **Анализ литературных данных и постановка проблемы**

С увеличением мощности двигателей летательных аппаратов увеличивается и уровень производимого ими шума. Звуковое давление вблизи, например, реактивной струи может достигать 180 дБ на открытых стартовых позициях [1].

Естественно, что звуковое давление такой интенсивности оказывает значительное силовое влияние на элементы конструкции летательного аппарата и комплектующие узлы и механизмы. В представленной работе исследуется упругое взаимодействие звуковых волн с механическими системами и анализируются особенности динамики оболочек. В стороне остаются вопросы усталостного разрушения материала при циклическом нагружении и оценка долговечности.

Основными источниками акустических нагрузок являются реактивные струи, воздушные винты, пульсации давления в пограничном слое, флуктуации давления от срыва потока, ударные волны и некоторые другие. В самолетах с турбовинтовыми двигателями создаются

переменные давления, главным образом, в зоне вращения [1]. В точках конструкции ЛА, наиболее близких к лопастям винта возникают максимальные давления [2]. Наиболее типичный шум турбореактивного двигателя приведен в работе [3]. Уровни шума пограничного слоя могут достигать 160 дБ, как показано в работе [4]. Турбулентный поток также может быть интенсивным источником шума [5].

Как правило, развитие усталостных трещин начинается от мест концентрации напряжений [6].

Распределение вероятностей амплитуд элементарных гармонических колебаний, из которых состоит процесс акустической вибрации, описывается распределением Rayleigh [7]. Это подтверждается и стендовыми испытаниями [8].

Таким образом, для дальнейшего выбора эффективных методов и средств борьбы с акустической вибрацией поверхности оболочечных фрагментов необходимо построить уточненную математическую модель изучаемого явления и установить условия возникновения резонансных проявлений в конструкции при воздействии акустического излучения.

### **Объект, цель и задачи исследований**

В качестве объекта исследований выбран процесс упругого взаимодействия звуковых волн рабочего режима летного изделия с оболочечными фрагментами.

Целью исследований служит выявление причин формирования резонансной обстановки и особенностей ее проявления.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

– построить уточненную расчетную модель упругого взаимодействия звуковых волн с круговой оболочкой;

– выбрать в качестве характерного показателя явления звукопроницаемость поверхности как функцию физико-механических свойств материала и параметров распространения плоской звуковой волны в пространстве;

– оценить условия проявления «акустической прозрачности».

### Особенности проявления резонанса совпадения

Пусть на круговую оболочку падает плоская звуковая волна, направление распространения которой составляет с выбранным радиальным направлением угол  $\theta$ , а ось луча и плоскость шпангоута оболочки образуют угол  $\psi$ . Тогда звуковое давление в падающей волне на внешней поверхности оболочки можно представить в виде [9]:

$$P = P_0 \exp i [\omega t - k_0 2\delta (z \sin \theta \sin \psi - \varphi \sin \theta \cos \psi)]. \quad (1)$$

Колебательное движение  $W(t)$  поверхности оболочки будет описываться уравнением –

$$D \nabla^8 \Phi + R^2 2\delta E \frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} + R^4 m_{\Pi} \nabla^4 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = R^4 q_{\Pi}. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) ищем в виде [10]:

$$\Phi = \Phi_0 \exp i [\omega t - k_0 2\delta (z \sin \theta \sin \psi - \varphi \sin \theta \cos \psi)].$$

Если пренебречь рассеянием звука на поверхности оболочки, тогда упругие перемещения  $W(t)$  поверхности в плоскости шпангоута можно записать в виде [11]:

$$W(t) = (P_1' - P_2) m_{\Pi}^{-1} \omega^{-2} \times \left( \frac{D \omega^2}{m_{\Pi} c_0^4} \sin^4 \theta + \frac{E 2\delta}{m_{\Pi} \omega^2 (\delta)^2} \sin^4 \psi - 1 \right)^{-1}. \quad (3)$$

Предположим, что сопротивление корпуса симметричным колебаниям значительно больше сопротивлению антисимметричным колебаниям, т.е.

$$|Z_a| \ll |Z_c|.$$

Выражение для звукопроницаемости, в этом случае, преобразуем к виду [10]:

$$\tau_0 = \frac{1}{\left| 1 + Z \frac{\cos \theta}{2\rho_0 c_0} \right|^2}, \quad (4)$$

где  $Z = \frac{P_1' - P_2}{i\omega W(t)}$  – есть механический импеданс.

Соотношение (4) для пластины может быть приближенно использовано и для оболочки [12]. Как видно из выражения (3):

$$Z = i m_{\Pi} \omega \left( 1 - \frac{D \omega^2}{m_{\Pi} c_0^4} \sin^4 \theta - \frac{E \cdot 2\delta}{m_{\Pi} \omega^2 R^2} \sin^4 \psi \right) = i m_{\Pi} \omega \left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{\text{гр}}} \right)^2 \sin^4 \theta - \left( \frac{\omega_{\text{ПП}}}{\omega} \right)^2 \sin^4 \psi \right), \quad (5)$$

где  $\omega_{\text{гр}} = 2\pi f_{\text{гр}}$ ;  $\omega_{\text{ПП}} = \frac{c_1}{R}$  – круговая частота собственных, чисто радиальных, колебаний кольца, возникающих при сжатии-растяжении.

При этом, длина продольной (окружной) волны  $\lambda_{\Pi}$  становится равной длине окружности

кольца ( $c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  – скорость продольной волны)

если угол  $\psi = \frac{\pi}{2}$  рад.

Величина звукопроницаемости цилиндрической оболочки будет равна:

$$\tau = \frac{1}{\left| 1 + \frac{i}{\Delta_{\Pi}} \left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_{\text{гр}}} \right)^2 \sin^4 \theta - \left( \frac{\omega_{\text{ПП}}}{\omega} \right)^2 \sin^4 \psi \right] \right|^2}, \quad (6)$$

где  $\Delta_{\Pi} = \frac{2\rho_0 c_0}{m_{\Pi} \omega \cos \theta}$ .

При бесконечно большом радиусе кривизны оболочки, т.е. при волновом размере намного большем единицы, выражение (6) переходит в формулу для пластины.

Из формулы (6) следует также, что звукопроницаемость корпуса может резко снижаться и при частотах ниже граничной  $f_{\text{гр}}$ , в отличие от приближенной расчетной модели в виде пластины.

Так, если  $\omega \ll \omega_{\text{гр}}$ , то второе слагаемое в формуле (6) становится пренебрежительно малым по сравнению с единицей. Тогда, при выполнении условия:

$$\omega = \omega_{\text{ПП}} \sin^2 \psi, \quad (7)$$

оболочечная часть корпуса станет «акустически прозрачной» (конечно, при отсутствии потерь).

Это условие можно рассматривать также как равенство следа длины окружности шпангоута и следа длины продольной волны на плоскость, параллельную к фронту падающей волны, т.е.:

$$\frac{2\pi R}{\sin \psi} = \lambda_{\Pi} \sin \psi. \quad (8)$$

Таким образом, в цилиндрической оболочке возникает для *продольных волн* на низких частотах еще одно (по сравнению с пластиной) волновое совпадение.

Причем, если для изгибных волн волновое совпадение может наблюдаться только на частотах выше  $f_{гр}$ , то для *продольных волн*, напротив, может иметь место только при частотах не выше  $\omega_{ПП}$ .

Строго говоря, в оболочке может иметь место еще одно, *комбинированное*, совпадение. Это следует из формулы (6):

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{гр}}\right)^2 \sin^4 \theta + \left(\frac{\omega_{ПП}}{\omega}\right)^2 \sin^4 \psi = 1. \quad (9)$$

В случае диффузного облучения, коэффициент звукопроницаемости оболочки определяется операцией осреднения по Пэрису, т.е.:

$$\tau_{\theta\psi} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \tau \sin 2\theta \partial\theta \partial\psi, \quad (10)$$

где величина  $\tau$  определяется формулой (6). Интегрируя это выражение, целесообразно рассматривать отдельно диапазоны частот. Например, так:

- 1)  $\omega < \omega_{ПП}; \quad \omega < \omega_{гр};$
- 2)  $\omega_{ПП} < \omega < \omega_{гр};$
- 3)  $\omega_{ПП} < \omega; \quad \omega_{гр} < \omega.$

Таким образом, удается установить, что изгибные колебания оболочки ( $Z_a \ll Z_c$ ) способны порождать волновое совпадение только на частотах  $\omega$ , **превышающих граничную частоту**  $\omega_{гр}$ , т.е. когда  $\omega_{гр} < \omega$ . Причем, каждой частоте  $\omega$  соответствует свой угол совпадения  $\theta_c$ .

С другой стороны, продольные колебания корпуса ( $Z_c \ll Z_a$ ), могут кроме уже выявленного резонанса совпадения для плоской модели, установить на расчетной модели оболочки условия возникновения еще одного резонанса – равенства следа окружности шпангоута и продольной волны. Причем, оба эти резонанса могут возникать только на частотах, **ниже граничной**, т.е. при

$$\omega \ll \omega_{гр} = 23\,757 \text{ рад с}^{-1} \quad (f_{гр} = 3783 \text{ Гц}); \quad (11)$$

$$\omega \ll \omega_{ПП} = 255\,998 \text{ рад с}^{-1} \quad (f_{ПП} = 40764 \text{ Гц}).$$

где  $\omega_{гр} = 2\pi f_{гр}$ ;  $\omega_{ПП} = \frac{c_1}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ;  $c_1$  – скорость продольных волн;  $\omega_{ПП}$  – радиальные собственные колебания кольца шпангоута ( $Z_c \ll Z_a$ ).

Принимая радиус  $R$  оболочки равным, например, 0,025 м, а скорость окружной (продольной) волны в алюминии равной  $c_1 = 6400 - 5200 \text{ мс}^{-1}$ , можем установить условия низкочастотного резонанса продольной волны в оболочке.

Прежде всего определим граничную частоту:

$$f_{гр} = \frac{c_1}{2\pi R} = \frac{6400}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,025} =$$

$$= 40764,93 \text{ (Гц)} = 40,764 \text{ кГц}.$$

Значения угла  $\psi$ , при которых наступает явление волнового совпадения на низких частотах, определим из формулы (8), табл.1.

Таблица 1  
Резонансные значения угла  $\psi$  для продольной (окружной) волны

алюминий ( $c_1 = 6400 \text{ мс}^{-1}$ )			
f, Гц	$\psi$ , град	f, Гц	$\psi$ , град
100	2°50'	2000	12°25'
200	4°00'	3000	15°45'
300	4°55'	6000	22°35'
400	5°45'	7000	24°30'
500	6°20'	8000	26°20'
600	7°00'	10000	29°40'
700	7°30'	20000	44°30'
800	8°05'	30000	59°10'
900	8°35'	40000	82°10'
1000	9°00'		

Таким образом, с уменьшением угла  $\psi$  падения волны снижается и частота совпадения  $f$ , т.е.

$$2\pi R \frac{f}{c_1} = \sin^2 \psi.$$

### Обсуждение результатов исследований

Анализ показывает, что на частотах ниже граничной, в оболочке может наступить волновое совпадение, когда след окружности шпангоута и след длины продольной волны на плоскость, параллельную фронту плоской

волны, совпадают. Такое состояние может иметь место в том случае, когда механический импеданс симметричным нагрузкам намного меньше антисимметричного импеданса.

Изгибные колебания поверхности оболочки на частотах ниже граничной не могут служить причиной резонанса в виде волнового совпадения.

### Выводы

Проведенные исследования динамики круговой цилиндрической оболочки позволяют сделать следующие выводы.

Построенная уточненная расчетная модель оболочки, подверженной действию плоской звуковой волны, позволяет изучать динамику поверхности в наиболее обобщенном случае распространения волны.

Звукопроницаемость поверхности наглядно характеризует структуру и ограничения проявления волнового совпадения для продольной (окружной) волны.

Доказана невозможность резонанса изгибных волн на частотах ниже граничной.

Установлен частотный диапазон проявления низкочастотного резонанса в виде волнового совпадения.

Проведен сопоставительный анализ результатов с приближенной расчетной моделью в виде плоского элемента поверхности оболочки. Обоснованы совпадения результатов для большого волнового размера оболочки.

Построенная аналитическая структура упругого взаимодействия плоской звуковой волны с круговой оболочкой подтвердила полученные в приближенной расчетной модели в виде пластинки условия проявления резонанса изгибной волной на частотах выше граничной и на низких частотах окружной волной, когда след генерируемой волны и падающей волны совпадают.

Вместе с тем, уточненная расчетная модель дает возможность установить условия проявления на низких частотах еще одного резонанса.

Достоинства уточненной модели этим не ограничиваются. Установлены границы частотного диапазона всех резонансных проявлений и, кроме этого, указано на еще один резонанс – комбинированный.

Оболочечная расчетная модель позволяет также качественно и количественно оценить условия возникновения «*zone kaustikos*» в жидкостатической части внутри оболочки. Это зоны повышенной энергетики, которые не только турбулизируют жидкость, но и формируют свою поверхность конфокальной внутренней поверхности оболочки.

Полученные результаты позволяют обобщить явление на случай диффузной структуры звукового поля, в том числе, при его стохастическом проявлении.

Создана научная основа для практической оценки влияния симметричного и антисимметричного импедансов на динамику оболочки.

### Литература

1. Белый Н. Г. Об акустическом нагружении фюзеляжа самолета ИЛ-18 и выносливости элементов его обшивки [Текст] / Н. Г. Белый, А. А. Пачандо // Прочность и долговечность авиационных конструкций : сб. науч. тр. КИИ-ГА. – Вып. 11. – К., 1965. – С. 4-57.

2. Гудков А. И. Внешние нагрузки и прочность летательных аппаратов [Текст] / А. И. Гудков, П. С. Лешаков. – М. : Машиностроение, 1968. – 234 с.

3. Квитка В. Е. Особенности нагружения звуковым давлением обшивки фюзеляжа самолета ТУ-104 [Текст] / В. Е. Квитка // ГОСНИИ ГВФ : сб. науч. тр. – Вып. 30. – М., 1962. – С. 132-139.

4. Выносливость авиационных конструкций при акустических нагрузках (обзор) [Текст] / под ред. Л. П. Лепоринской. – М.: ЦАГИ, 1967. – 146 с.

5. Richards E. J. Turbulent Boundary Layer Pressure Fluctuations over Two-Dimensional Surface and Narrow Delta Wings [Text] / E. J. Richards // In : Acoustical Fatigue in Aerospace Structures. Proceedings of the Second International Conference, Dayton, Ohio, April 29 – May 1, 1964, Syracuse, 1965. – P. 194-199.

6. Thrall E. W. Acoustically Induced Fatigue Cause, Solution and Design Analysis [Text] / E. W. Thrall // SAE Preprint, 1960. – № 164 A.

7. Крамер Г. Стационарные случайные процессы [Текст] / Г. Крамер, М. Лидбеттер. – М.: Изд-во Мир, 1969. – 297 с.

8. Smith S. N. Fatigue Crack Grows under Axial Narrow and Broad Band Random Loading [Text] / S. N. Smith // In: Acoustical Fattigue in Aerospace Structures. Proceedings of the Second International Conference, Dayton, Ohio, April 29-May 1, 1964, Syracuse, 1965. – P. 451-454.

9. Karachun V. V. A three-dimensional problem on the dynamics of a suspension of a floated gyroscope [Text] / V. V. Karachun, Ya. F. Kayuk, V. N. Mel'nik // Strength of Materials; Year: 2008-07-24; Vol. 40; Issue: 3; P. 321-333; EID: 2-s2.0-49249122680; Scopus ID: 49249122680; DOI: 10.1007/s11223-008-9013-3.

10. Mel'nick V., The emergence of resonance within acoustic fields of the float gyroscope suspension [Text] / V. M. Mel'nick, V. V. Karachun // EasternEuropean Journal of Enterprise Technologies;

Year: 2016-01-01; Vol.1; Issue: 7; P. 39-44; EID: 2-s2.0-84960858488; Scopus ID: 84960858488; DOI: 10.15587/1729-4061.2016.59892.

11. The additional error of inertial sensors induced by hypersonic flight conditions [Text] / V. Karachun, V. Mel'nick, I. Korobiichuk [at all] // 2016; Sensors

(Switzerland). Year: 2016-02-26. Vol.: 16. Issue: 3. EID: 2-s2.0-84959187681. Scopus ID: 84959187681. DOI: 10.3390/s16030299.

12. Junger M. C. Letter to the editor [Text] / M. C. Junger, P. W. Smith // Acustica. – 1955. – Vol. 5, №1. – P. 73-77.

Поступила в редакцію 17.05.2016

**В.В. Карачун. Розвиток резонансу співпадання в оболонці під дією звукової хвилі**

*Будується розрахункова модель пружної взаємодії звукової хвилі з коловою оболонкою. Здійснено аналіз динаміки оболонки з позицій її звукопроникності. Доведено, що на частотах нижчих за граничну, в оболонці можливе виникнення резонансу колової хвилі у вигляді хвильового співпадання сліду кола шпангоута і сліду довжини поздовжньої хвилі на площину, яка паралельна площині фронту плоскої хвилі. Виконаний порівняльний аналіз результатів з наближеною розрахунковою моделлю у вигляді плоского елемента поверхні. Відзначена неможливість резонансу згинної хвилі на частотах, нижчих за граничну.*

**Ключові слова:** оболонка, резонанс співпадання, хвильовий розмір, звукова хвиля, гранична частота.

**V.V. Karachun. Development of resonance coincidence in the shell under the action of sound waves**

*We construct a calculation model of elastic interaction of sound waves with a circular shell. The analysis of shell from the position of its sound transmission. It is proved that at frequencies below the boundary in the shell may cause resonance of the circumferential wave in the form of the wave coincidence trace the circumference of the mounting ring and trace of a longitudinal wave on a plane parallel to the front plane waves. A comparative analysis of the results to the approximation of the calculation model in the form of a flat element surface. Noted the impossibility of resonance bending waves at frequencies below the boundary.*

**Key words:** shell, resonance overlap, the size of the wave, sound wave, cutoff frequency.