

УДК 621.646.42: 621.05: 621.016

- Шевченко С. А.** канд. техн. наук, ведущий научный сотрудник отдела агрегатов автоматики ЖРД Государственного предприятия «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля», Днепр, Украина, e-mail: info@yuzhnoye.com;
- Конох В. И.** канд. техн. наук, начальник отдела агрегатов автоматики ЖРД, Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля», Днепр, Украина, e-mail: info@yuzhnoye.com;
- Митиков Ю. А.** канд. техн. наук, доц., заведующий кафедрой ракетных двигателей Днепропетровского национального университета им. Олеса Гончара, Днепр, Украина, e-mail: mitikov2017@gmail.com;
- Григорьев А. Л.** проф., д-р техн. наук, проф. кафедры высшей математики НТУ «Харьковский политехнический институт», Украина, e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГАЗООБРАЗНОГО РАБОЧЕГО ТЕЛА В АГРЕГАТАХ АВТОМАТИКИ РАКЕТНОЙ ТЕХНИКИ

Для агрегатов пневмоавтоматики ракетной техники определена область изменения параметров рабочего тела и сформулированы требования к уравнению состояния реального газа, пригодному для динамических расчетов этих агрегатов. Выбрана ортометрическая форма искомого уравнения и получены значения его настроечных коэффициентов. Приведены формулы для расчета термодинамических и калорических функций, определена погрешность модели. Получено уточненное уравнение сжимаемости реального газа в полости. Указаны направления дальнейшего развития модели и её практических приложений.

Ключевые слова: агрегат пневмоавтоматики, ЖРД многократного включения, газодинамический расчет, реальный газ, уравнение состояния, фактор сжимаемости.

Введение и постановка задачи

При разработке сложных газодинамических систем, применяемых в жидкостных ракетных двигателях (ЖРД), а также пневмоагрегатов ракеты-носителя, выполняют математическое моделирование их динамических характеристик. Современный уровень компьютеризации научных исследований позволяет существенно уточнить математические модели этих процессов и повысить качество и достоверность получаемых результатов. Для чего необходимо пересмотреть и модернизировать некоторые теоретические положения (например, описывающие свойства газообразного рабочего тела), которые более 50-ти лет назад были положены в основу расчетов и, за редкими исключениями [1,2], используются до сих пор. В первую очередь это касается изменения уравнения для описания состояния газа, откуда будут вытекать его уточненные термодинамические свойства, учитываемые в расчетах.

Область рабочих параметров газа, используемого в агрегатах автоматики ракетной техники, показана на рис.1; ее верхняя граница очерчена изохорой и адиабатой, которые моделируют медленное остывание и быстрый выпуск газа

из шаробаллонов, а в точке стыка давление газа достигает 34 МПа. Специалистам известно, что при таких давлениях фактор сжимаемости газа уточняет плотность на 10 – 20%, поэтому дальнейшее игнорирование этого фактора при динамических расчетах (возможно и допустимое в моделях первого приближения) априори порождает недоверие к их результатам.

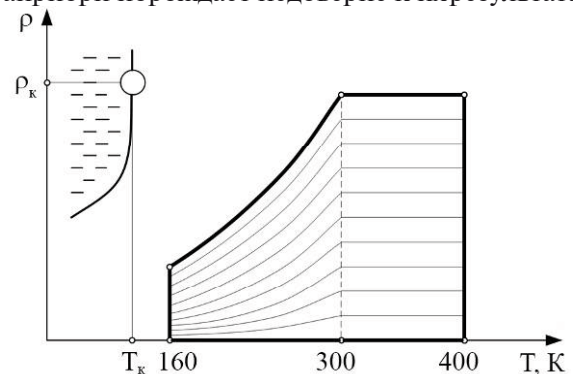


Рис. 1. Область изменения рабочих параметров газа

Уравнение состояния реального газа, которое решит обозначенную проблему, должно обладать высокой точностью и низкой сложностью (на уровне известных уравнений Битти

– Бриджмена [3] или Новикова – Вукаловича [4]). Погрешность расчета давления в области рабочих параметров не должна превышать 0,1%, что выше возможностей моделей [3,4]. Кроме того, уравнение состояния должно выполняться для всех газов, перечисленных в табл. 1.

Таблица 1. Основные физические константы газа и параметры критической точки

Газ	k	R, Дж/(кг·К)	$\rho_{к^2}$, кг/м ³	$T_{к^2}$, К
Азот	1,4	296,8	313,1	126,2
Аргон	1,667	208,1	535,7	150,7
Гелий	1,667	2078	69,64	5,19
Кислород	1,4	259,8	436,2	154,6
Воздух	1,4025	287,1	316,5	132,5

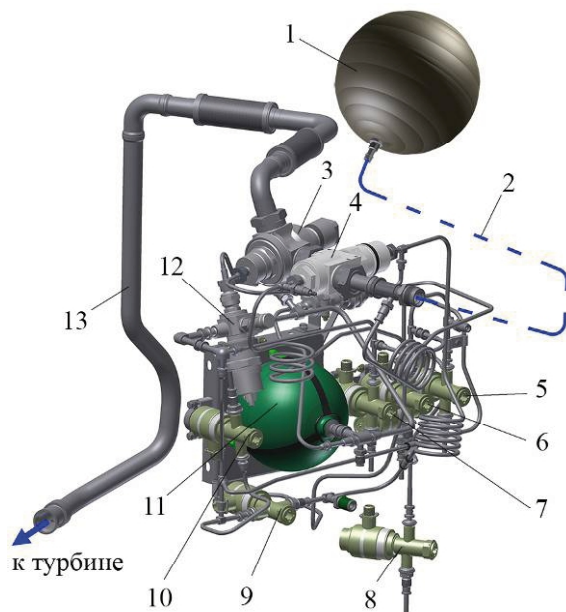


Рис. 2. Пневмосистема запуска ЖРД:
1, 11 – баллоны; 2, 13 – входной и выходной трубопроводы; 3, 12 – регуляторы давления; 4 – пневмоклапан; 5 – 10 – электропневмоклапаны

В качестве рабочего тела, применяемого для управления пневматическими клапанами в ракетной технике, в основном, используется гелий, поскольку он имеет высокую скорость звука (порядка 1000 м/с) и обеспечивает минимальную продолжительность переходных процессов после включения или выключения электромагнитных клапанов [5]. На рис. 2, для примера, показана схема системы запуска ЖРД многократного включения, устанавливаемого на верхние ступени ракет-носителей. Шаробаллон 11 пневмоблока управления заправлен гелием, а для раскрутки турбонасосного агрегата, может применяться гелий или азот, закачанный в шаробаллон 1.

В двигателях малой тяги газореактивных систем стабилизации и ориентации космических

летательных аппаратов для создания импульса и/или момента импульса, используется сжатый аргон. В системах зажигания некоторых ЖРД производят подачу сжатого газообразного кислорода, который, как и аргон, сохраняется в своих баллонах. Основные физические параметры используемых тел – газовые постоянные R, показатели адиабаты k, критические температуры T_k и плотности ρ_k – указаны в табл. 1; критическая температура располагается ниже температур рабочего цикла, что является необходимым условием штатной работы пневмосистемы. По этой и другим причинам иные газы, а также газовые смеси не применяются.

При лабораторных исследованиях разрабатываемых агрегатов используют сжатый воздух, поэтому его параметры также включены в табл. 1.

Анализ известных уравнений состояния газа

Если газ имеет низкую плотность $\rho \ll \rho_k$, то он находится в так называемом идеальном газовом состоянии и его термодинамические свойства описываются уравнением Клапейрона

$$p = \rho R T,$$

связывающим давление p, плотность ρ и температуру T, а также формулами Майера для удельных теплоемкостей

$$c_v = R / (k - 1); \quad c_p = k \cdot R / (k - 1),$$

и простейшим равенством для энтальпии

$$h = c_p \cdot T.$$

Индивидуальные особенности газа передаются в модель значениями первых двух констант из табл. 1, а его уравнения остаются неизменными, что позволяет использовать единый подход к моделированию любого газообразного тела.

В работе [6] представлена замкнутая дискретно-континуальная модель системы, показанной на рис. 2. В ней моделируются колебания параметров газа в 8-ми трубопроводах, для чего используются уравнения одномерной газовой динамики, и изменения давления и температуры газа в 20-ти полостях. Параметры сжатого гелия, используемого в качестве рабочего тела пневмосистемы, описываются уравнением состояния идеального газа.

В работе [7] выполнено уточнение этой модели, вызванное необходимостью учесть фактор z сжимаемости гелия, используемый в уравнении

$$p = z \rho R T.$$

Показано, что в области рабочих режимов этой системы условие $\rho \ll \rho_k$ не выполняется, а в некоторых полостях (напр., в шаробаллонах) максимальная плотность достигает величины $0,7\rho_k$. В результате фактор z изменяется здесь в пределах $1 \dots 1,2$, что влияет на динамические характеристики.

Для гелия во всех полостях системы выполняется условие $T \gg T_k$, то есть, газ находится в высокотемпературной области. Поэтому для моделирования его свойств использована простейшая модель реального газа (модель Абея), у которой

$$z = 1 / (1 - c_2 \rho) = 1 + b_2 p / T, \quad h = c_p T + c_2 p,$$

$b_2 = c_2 / R$, $c_2 = 0,002862 \text{ м}^3 / \text{кг}$, а уравнение состояния газа имеет вид:

$$p / \rho = R T + b_2 R p.$$

В [7] получены простые формулы для вычисления скорости звука a в трубопроводе и расхода $\dot{m}_{i,j}$ газа через дроссели, учитывающие изменение фактора сжимаемости. В уравнении сжимаемости газа для i -той полости, имеющей объем V_i , уточнен модуль сжимаемости и формула для потока энергии при обмене массы:

$$\frac{V_i \dot{p}_i}{k z_i p_i} = -\dot{V}_i - R \sum_j \left[\frac{b_2}{k} + \frac{\sigma_{i,j}}{p_i} \right] \cdot \dot{m}_{i,j} - \frac{(k-1)}{k p_i} \cdot \dot{Q}_i; \quad (1)$$

$$\sigma_{i,j} = \begin{cases} T_i + b_2(1-1/k)p_i, & \dot{m}_{i,j} > 0; \\ T_j + b_2(1-1/k)p_j, & \dot{m}_{i,j} \leq 0, \end{cases}$$

\dot{Q}_i – поток тепла, уходящий в стенки полости. В уравнении неразрывности

$$\dot{m}_i = -\sum_j \dot{m}_{i,j} \quad (2)$$

поток массы $\dot{m}_{i,j}$ вычисляется с учетом поправок к формулам Сен-Венана. Температура находится из замыкающего уравнения

$$zT = T + b_2 p = p / (R\rho), \quad (3)$$

которое для этой модели оказывается линейным.

Заметим, что температуру можно получать иначе, интегрируя уравнение сохранения энергии, а из (3) находить давление. Но такой путь не используется по следующим причинам:

- он затрудняет применение метода инвариантов для расчета трубопроводов;
- для трубопроводов малого сечения уравнение для энергии заменено формулами изотермы;
- уравнение сжимаемости считается более надежным, а его решение непосредственно

контролируется в эксперименте.

К сожалению, для других газов из табл. 1 условие $T \gg T_k$ не выполняется, и модель Абея имеет недопустимо высокую погрешность. В то же время, максимальная относительная плотность ρ / ρ_k здесь больше, чем для гелия, и достигает 1.

Для этих газов точнее оказывается модель Ван-дер-Ваальса [8], где зависимость фактора сжимаемости от плотности и температуры имеет вид:

$$z = 1 / (1 - c_2 \rho) - a_2 p / T.$$

Константы c_2 и a_2 выражаются через параметры критической точки (табл.1), поэтому использование уравнений Ван-дер-Ваальса стало бы удачным решением проблемы. Однако и для этой модели при плотностях $\rho \approx \rho_k$ наблюдаются заметные отклонения результатов от табличных значений, приведенных в монографиях [9–13]; кроме того, у газа Ван-дер-Ваальса теплоемкость c_v не зависит от давления, а у реальных газов из табл.1 – зависит.

В [9–13] кроме таблиц, описывающих термодинамические свойства, приведены так называемые вириальные уравнения реального газа в форме

$$z = 1 + \sum_{i=1,2,\dots} B_i(T) \rho^i = 1 + \sum_{i=1,2,\dots} \sum_{j=0,1,\dots} b_{i,j} \rho^i T^{-j}, \quad (4)$$

Эти уравнения аппроксимируют экспериментальные данные в широком диапазоне изменения параметров, включающем область на рис.1. Но их суммы содержат порядка 50-ти слагаемых, и сократить это число, без серьезной потери точности, невозможно. Замыкающее уравнение для температуры T уже не линейное, как (3), а имеет высокую степень (от 5-й для аргона до 7-й для азота и воздуха), и его решение трудоемко. Поэтому использование вириальных уравнений в расчете переходных процессов признано нерациональным.

Анализ этих и многих других моделей реального газа выявил общую закономерность – они составлялись для областей, которые в координатах p – T или ρ – T имели прямоугольную форму. Если двигаться по верхней границе такого прямоугольника, то при уменьшении температуры энтропия падает, а параметры газа приближаются к критическим значениям и, чтобы обеспечить высокую точность, приходится усложнять уравнение состояния.

Рабочее тело агрегатов автоматики в процессе расходования газа из шаробаллонов сохраня-

ет (а при заметном теплообмене со стенками – увеличивает) начальную энтропию s_n , которая для всех газов выше энтропии критической точки. В результате адиабата верхней границы области на рис. 1 далее проходит значительно ниже критической точки.

Следовательно, привлекать известные модели для решения рассматриваемой проблемы нецелесообразно, а необходимо разработать новую модель реального газа, которая наилучшим образом учтет эти особенности. Эту новую модель авторы статьи назвали ортометрическим высокоэнтропийным газообразным телом, а его уравнение состояния (сокращенно) – ОГТ-уравнением. Если окажется, что среди 10-ти тысяч предложенных ранее уравнений состояния реального газа отыщется его полная копия, то название придется изменить, но это не повлияет на практическую значимость предлагаемого решения.

Ортометрическое уравнение состояния реального газа

Термин ортометрическое состояние газа в начале 20-го века в термодинамику ввел А.И. Бачинский [14]. Под ортометрическими он понимал такие сочетания температуры и плотности, для которых фактор сжимаемости z равен 1.

На термодинамической поверхности графика функции $z = f(\rho, T)$ условию $z = 1$ (что очевидно) удовлетворяет прямая линия $\rho = 0$, которая соответствует идеальному газовому состоянию. А также, что неочевидно, но является твердо установленным научным фактом, отвечает прямая линия (рис.3)

$$\rho / \rho_b + T / T_b = 1, \tag{5}$$

где T_b – это температура Бойля, а плотность ρ_b назовем плотностью Бойля. Их величины приведены в табл. 2; там же даны значения связанного с ними давления $p_b = R \rho_b T_b$ и температуры инверсии $T_{и}$.

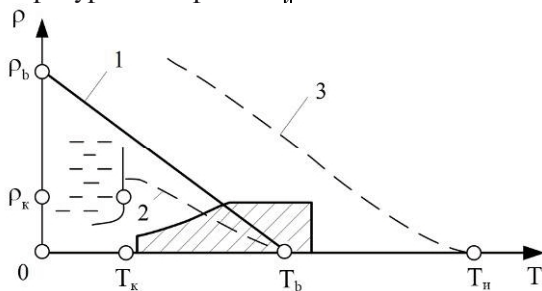


Рис. 3. «Идеальные кривые» термодинамической поверхности: 1 – идеального газа ($z = 1$), 2 – Бойля ($z'_p = 0$), 3 – Джоуля-Томсона ($h'_p = 0$)

Газ, отвечающий условию (5), Бачинский называл ортометриком, а его уравнение состояния относил к вандерваальсовскому типу, поскольку газ Ван-дер-Ваальса оказался простейшим ортометриком. Все газы табл. 1 являются ортометриками. Фактор сжимаемости любого газа-ортометрика описывается формулой

$$z = 1 + \psi(\rho, T) \cdot \rho \cdot (\rho / \rho_b + T / T_b - 1), \tag{6}$$

где функция $\psi(\rho, T)$ учитывает индивидуальные особенности газа и может быть определена при обработке результатов эксперимента.

Таблица 2. Ортометрические масштабы и температура инверсии

Газ	T_b , К	ρ_b , кг/м ³	p_b , МПа	$T_{и}$, К
Азот	325,2	1130	109,1	611,1
Аргон	408,2	1870	158,9	746,1
Гелий	24,21	211,8	10,65	48,4
Кислород	407,0	1549	163,8	786,6
Воздух	342,1	1215	119,3	642,8

Действуя подобным образом, Бачинский получил уравнения состояния для изопентана и этилоксида. Вид функций $\psi(\rho, T)$ оказался различным, и нами не использовался. Получить однотипное уравнение состояния для какого-либо класса газов он не мог, потому что в его время отсутствовал необходимый для этого экспериментальный материал.

Прямую ортометрических состояний, по аналогии с кривыми Бойля, Джоуля-Томсона и др. (рис.3), сейчас принято называть кривой идеального газа, но её отклонения от прямой линии в экспериментах обнаружено не было. Авторы [13] считают, что её прямолинейность является следствием физического закона, который ещё предстоит открыть.

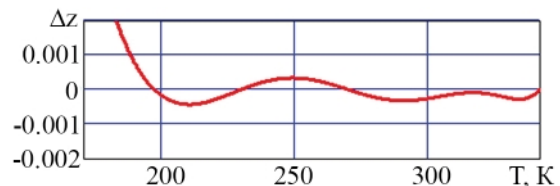


Рис. 4. Погрешность аппроксимации кривой идеального газа вириальными уравнениями [10] для воздуха, %

Что касается вириальных уравнений (4) из работ [9–13], то для них это условие выполняется приближенно, что проиллюстрировано на рис. 4. Более того, для азота, кислорода и воздуха вириальные коэффициенты $B_2(T)$ при температуре $T = T_b$ оказываются отри-

цательными. Что противоречит требованиям [15], вытекающим из физического смысла этих коэффициентов, и затрудняет анализ.

В работе [13] была отмечена дифференциальная связь между вириальными коэффициентами в окрестности температуры Бойля:

$$B_j(T) \approx B_1^{(j-1)}(T) \cdot (T_b / \rho_b)^{j-1} / (j-1)!, \quad j = 2, 3, \dots \quad (7)$$

Последовательная реализация этой идеи приводит к приближенной замене термодинамической поверхности

$$\psi(\rho, T) = (z(\rho, T) - 1) / \rho$$

линейчатой поверхностью и получению равенства

$$z = 1 + \rho B_1(T + T_b \cdot \rho / \rho_b). \quad (8)$$

Отметим, что формула (8) являлась частным случаем (6), и при надежных значениях вириального коэффициента $B_1(T)$ открывала дорогу к созданию искомого уравнения состояния газа. Однако проверка равенств (7) и (8) при использовании данных из работ [9–13] развеяла эти надежды. Равенство (7) даже при значении $j = 2$ выполняется с большой погрешностью, а формула (8) хорошо приближает табличные данные лишь в малой окрестности кривой идеального газа. Причем, лучшей оказалась линейчатая аппроксимация поверхности для аргона, где этому в [13] дано теоретическое обоснование.

Причина неудачи кроется в погрешностях эмпирических вириальных уравнений, полученных в [9–13] методом наименьших квадратов, а также в изменении наклона линий уровня функции $\psi(\rho, T)$ (рис. 5), что в равенстве (8) не учитывается.

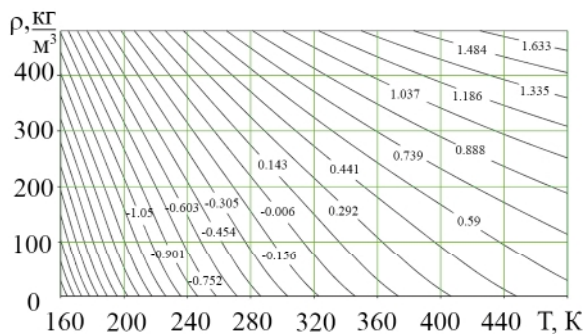


Рис. 5. Линии уровня термодинамической поверхности $\psi(\rho, T)$ для вириального уравнения воздуха [10]

В монографии [13] и ряде других работ выдвигалась гипотеза, что если выбрать в качестве масштабных значений концевые точки кривой идеального газа и перейти к безразмерным величинам

$$\omega = \rho / \rho_b, \quad \theta = T_b / T, \quad \pi_b = p / p_b$$

для плотности, температуры и давления, то уравнения состояния многих газов, окажутся одинаковыми. Но это предположение в точности выполняется лишь для газов Ван-дер-Ваальса, которые получают в новых (бойлевых) координатах уравнение

$$z = 1 / (1 - \omega) - \omega \theta;$$

или, в ортометрической форме:

$$z = 1 + \frac{1}{1 - \omega} \cdot \omega (1 - \theta \cdot (1 - \omega)). \quad (9)$$

На рис. 6 показано, как выглядят графики вириальных коэффициентов $B_1(\theta)$, которые описывают сечение $\omega = 0$ поверхности функции

$$\psi(\omega, \theta) = (z(\omega, \theta) - 1) / \omega,$$

определяющей отклонения газа от идеального состояния. А на рис. 7 приведены графики функций

$$\Omega_1 = (z(\omega, 1) - 1) / \omega^2,$$

которые отвечают сечению $T = T_b$ термодинамической поверхности для азота, аргона, кислорода и воздуха. Как видим, полного совпадения нет, но для промежутка $\omega \in (0, 07; 0, 3)$ на рис. 7 различия нивелируются за счет выбора индивидуальной константы d , определяющей вертикальное смещение графиков, а для значений $\omega < 0, 07$ при расчете фактора сжимаемости они несут незначительные погрешности, поскольку здесь $\Omega_1 \cdot \omega^2 \approx 0$ и $z(\omega, 1) \approx 1$. После совмещения кривых они были аппроксимированы зависимостью

$$y = c / (1 - c \cdot \omega),$$

которая обобщает функцию

$$y = 1 / (1 - \omega),$$

используемую в (9), и, при условии $\theta \rightarrow 0$ обеспечивает ту же асимптотику, что модель Абеля.

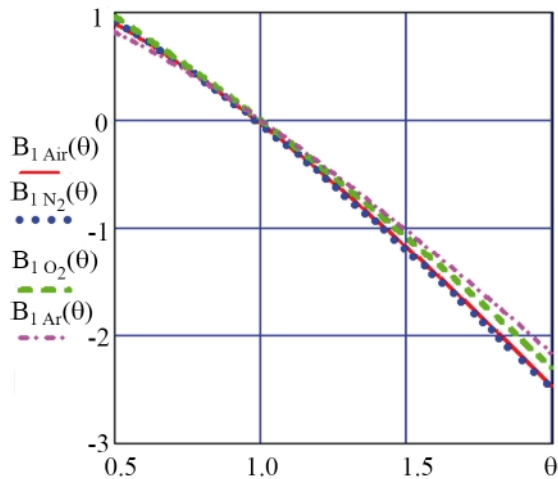


Рис. 6. Графики вириального коэффициента B_1 для воздуха, азота, кислорода и аргона

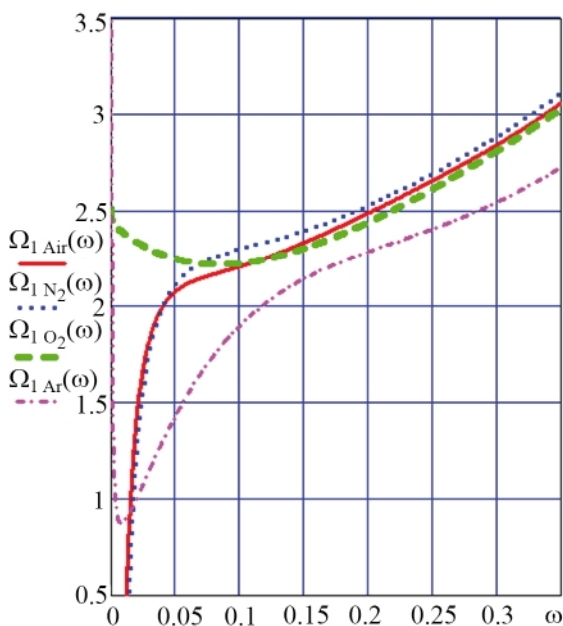


Рис. 7. Сечения $T = T_b$ термодинамической поверхности для воздуха, азота, кислорода и аргона

Значения констант d и c приведены в табл. 3; оказалось, что для 4-х газов константа $c = 1,278$. Там же дано значение c' , соответствующее пересчету c на критическую плотность. Для воздуха $c' = 1/3$, что полностью соответствует теории газа Ван-дер-Ваальса, но у остальных газов $c' \neq 1/3$.

Перейдем в (6) к бойлевым координатам:

$$z = 1 + \psi_b(\omega, \theta) \omega (1 - \theta \cdot (1 - \omega)),$$

где, как следует из предыдущего,

$$\psi_b(\omega, 1) = c / (1 - c\omega) + d.$$

Опираясь на этот результат и известные температуры инверсии $T_{и}$, соответствующие корню уравнения

$$B_1'(\theta) + B_1(\theta) = 0,$$

для всех графиков, показанных на рис. 6, удалось получить однотипную аппроксимацию

$$B_1(\theta) \approx (c + d \cdot \theta^\gamma) \cdot (1 - \theta), \quad \theta \in (0.5; 2),$$

где константа $\gamma = 0,45$.

Это означает, что искомое ортометрическое уравнение состояния газа имеет вид:

$$z = 1 + \left[\frac{c}{1 - c\omega} + d\theta^\gamma \right] \omega (1 - \theta(1 - \omega)). \quad (10)$$

Чтобы упростить решение замыкающего уравнения, в (10) выполнена приближенная замена:

$$\theta^\gamma \approx \gamma \cdot \theta + 1 - \gamma. \quad (11)$$

Тестирование уравнения (10) далее проводилось с использованием поправки (11); она же рекомендуется для практического применения модели.

Константы для уравнения гелия-НТ (в области $T < 50$ К) приведены в табл. 3 для сравнения результатов и обобщений; в агрегатах автоматики такие температуры не реализуются. Аналогичное уравнение получено для гелия-ВТ в высокотемпературной области ($T > 100$ К); его константы также даны в табл. 3.

Таблица 3. Константы ортометрической модели

Газ	c	c'	d	γ
Азот	1,278	0,354	0,80	0,45
Аргон	1,278	0,366	0,50	0,45
Кислород	1,278	0,360	0,67	0,45
Воздух	1,278	0,333	0,75	0,45
Гелий-НТ	0,578	0,19	0,40	0
Гелий-ВТ	0,578	0,19	1,00	1,00

Сравнивая результаты, отмечаем, что у гелия в интервале температур 50...100 К происходит перестройка значений аппроксимирующих ко-

эффициентов d, γ , которые моделируют эффекты ассоциации атомов (образование и распад короткоживущих димеров [15]). Коэффициент c , определяющий размер силового поля отдельного атома, не изменяется.

Аналогичная перестройка модели происходит и с другими газами из табл. 1 при $T > 600...700$ К, поэтому распространять полученные результаты на их высокотемпературную область не следует.

Термодинамические функции газа

Для гелия и аргона теплоемкости c_{v0}, c_{p0} в идеальном газовом состоянии не зависят от температуры, а для азота, кислорода и воздуха в области $T = 160...360$ К эта зависимость

слабая, и ею можно пренебречь. В результате известные формулы [16] для расчета удельных теплоемкостей c_v, c_p и энтальпии h упрощаются и принимают вид:

$$c_v = R \cdot \left[\frac{1}{k-1} + \int_0^\omega \theta^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2} \cdot \frac{d\omega}{\omega} \right];$$

$$c_p = c_v + R \cdot \left[z_0^2 / z_\omega \right];$$

$$h = h_0^0 + c_{p0}T + (z-1)RT + RT_b \int_0^\omega \frac{\partial z}{\partial \theta} \cdot \frac{d\omega}{\omega},$$

где $z_\theta = z - \theta \cdot \partial z / \partial \theta$; $z_\omega = z + \omega \cdot \partial z / \partial \omega$;

h_0^0 – теплота сублимации;

$$c_{p0} = k \cdot R / (k-1).$$

Для удобства интегрирования и дифференцирования равенство (10) привели к виду

$$z = \frac{1 - \frac{c-1}{c} \cdot \theta}{1 - c \cdot \omega} + \frac{c-1}{c} \cdot \theta - \omega \cdot \theta + d \cdot \omega \cdot (\gamma \cdot \theta + 1 - \gamma)(1 - \theta + \omega \cdot \theta),$$

откуда $z_\theta = \frac{1}{1-c\omega} + d\omega \cdot [\gamma \theta^2 (1-\omega) + 1 - \gamma]$;

$$z_\omega = 1 - \frac{(c-1) \cdot (2-c\omega)}{(1-c\omega)^2} - 2\theta\omega - d\omega(\gamma\theta + 1 - \gamma) \cdot (2\omega - 2 - 3\theta\omega);$$

$$\int_0^\omega \theta^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial \theta^2} \cdot \frac{d\omega}{\omega} = 2\gamma d \theta^2 \omega \cdot (1 - \omega / 2);$$

$$\int_0^\omega \frac{\partial z}{\partial \theta} \cdot \frac{d\omega}{\omega} = \frac{c-1}{c} \cdot \ln \frac{1}{1-c\omega} - \omega - d\omega \cdot [(1-\omega/2) \cdot (2\gamma\theta + 1 - \gamma) - \gamma].$$

Заметим, что в модели гелия-ВТ коэффициенты $d, \gamma = 1$, и результаты значительно упрощаются.

Отсюда же были получены рабочие формулы для расчета скорости звука a ,

$$a = \sqrt{z_\omega (c_p / c_v) RT};$$

и двух показателей адиабаты реального газа [17]:

$$k_p = \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{z_\omega}{z}; \quad k_T = \frac{(c_p / c_v) z_\theta}{z + (c_p / c_v)(z_0 - z)}.$$

Эти показатели для идеального газа одинаковы и равняются k , а для реального газа они различны и удовлетворяют двум, разным по форме, дифференциальным уравнениям адиабаты:

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{1}{k_p} \cdot \frac{dp}{\rho}; \quad \frac{dT}{T} = \frac{k_T - 1}{k_T} \cdot \frac{dp}{p}.$$

Для области рабочих параметров газа показатель k_p изменяется в широких пределах, и его изменение нужно учитывать. А показатель k_T отклоняется от значения k не более, чем на 2% (для гелия – на 0,4%), и этим можно пренебречь. По этой причине для расчета расхода газа через дроссель при критических перепадах давления можно воспользоваться теорией, описанной в [7], и сохранить общую с работой [1] рекомендацию о внесении в формулу Сен-Венана поправочного множителя вида $1/\sqrt{z}$. Эту же поправку, учитывая известные погрешности коэффициентов расхода, допустимо применять в случае некритических перепадов давления.

Погрешности модели

Для тестирования ОГТ-уравнения его термодинамические функции сравнивались с табличными данными из [9–12], для аргона – из [18], которые определяли стандарты СССР и США. Средние (по модулю) относительные отклонения фактора сжимаемости δz , удельной энтальпии δh и скорости звука δa вычислялись для 200-т точек из области рабочих параметров, размещенных на 10-ти ломаных линиях (рис. 1). Результаты приведены в табл. 4.

Таблица 4. Средние отклонения от стандартных значений, %

Газ	δz	δh	δa
Азот	0,068	0,054	0,125
Аргон	0,156	0,233	0,157
Кислород	0,091	0,059	0,233
Воздух	0,067	0,040	0,082
Гелий	0,032	0,041	0,057

Кроме средних значений контролировались максимальные отклонения, которые оказались столь же малы, как и средние. Характер изменения погрешности z для азота и гелия показан на рис. 8. На линии уровня наложена граница области рабочих параметров. В пределах этой области отклонения не превышают $\pm 0,1\%$, но при малых температурах и высоких плотностях (где энтропия газа существенно ниже значения s_n) они велики. Здесь форма линии уровня погрешности близка к графику адиабаты, которая является линией уровня энтропии. Поэтому следует признать, что для сохранения высокой точности модели именно уменьшение энтропии требует усложнения уравнения состояния реального газа.

Самые низкие погрешности ОГТ-уравнение продемонстрировало для гелия; по сравнению с моделью Абеля они уменьшились на порядок.

Заметим, что табличные данные имеют свои погрешности, проявившиеся, напр., на рис. 4. Наибольшие погрешности наблюдаются у аргона, что объясняется меньшим объемом экспериментального материала. Но и здесь положение улучшается, и если сравнивать вириальные уравнения [13, 1975 г.] и стандарт США [18, 1999 г.], то расхождение (уверены, что уточнение) результатов, средних для исследуемой области параметров, составило:

$$\delta z = 0,064 \% , \delta h = 0,051 \% , \delta a = 1,22 \% .$$

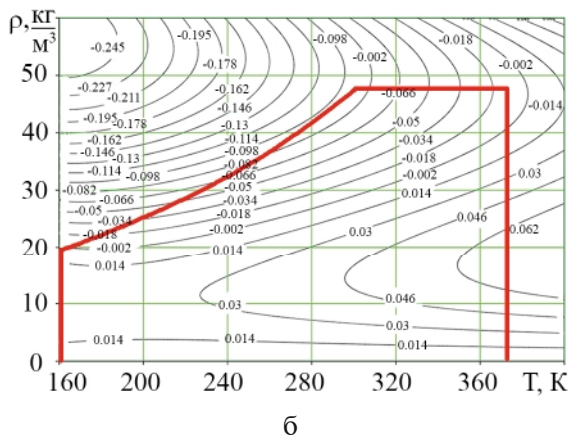
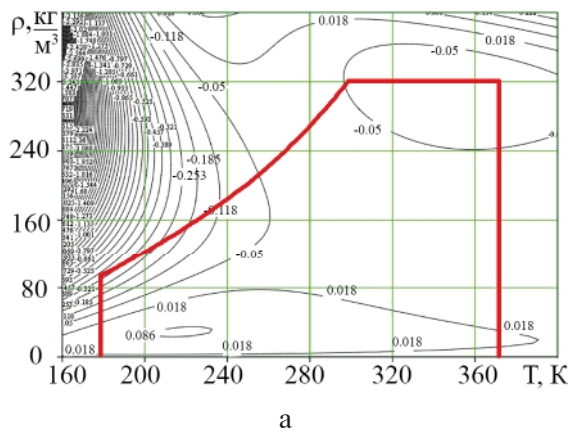


Рис. 8. Изменение относительной погрешности расчета z , %:

а – для азота; б – для гелия

Следует отметить, что ОГТ-уравнение имеет расчетную критическую точку, в которой давление завышено примерно на 20 %. Этой точке отвечает критический фактор сжимаемости $z_k \approx 0,35$, что на 15 % выше, чем для реального газа, но ниже значения $z_k = 0,375$ для газа Ван-дер-Ваальса. В окрестности критической точки использовать разработанную модель нельзя, но и агрегаты пневмоавтоматики, как правило, не рассчитаны на работу с двухфазным рабочим телом.

Уравнение сжимаемости реального газа

Его формальный вывод использует уравнение состояния и первое начало термодинамики; приведем его основные моменты. Уравнение состояния в дифференциалах имеет вид:

$$\frac{dp}{p} = \frac{z_\omega}{z} \cdot \frac{dp}{p} + \frac{z_\theta}{z} \cdot \frac{dT}{T} ,$$

где z_θ/z – изменение термического коэффициента давления, а отношение z_θ/z_ω описывает изменение коэффициента объемного расширения.

На малом промежутке времени любой газодинамический процесс можно рассматривать как результат наложения адиабатического и изохорического процессов. Для адиабаты и изохоры получаем

$$\frac{dp_{ад}}{k_p p} = \frac{dp}{p} , \quad \frac{dp_{из}}{k_p p} = \frac{z_\theta}{k_p z T} \cdot \frac{\Delta h \cdot dm - dQ}{c_v m} ,$$

где Δh – разность удельных энтальпий между газом в полости и газом малой массы dm , участвующей в обмене; dQ – малая порция тепла, уходящего в стенку; m – масса газа в полости.

Складываем левые и правые части уравнений:

$$\frac{dp}{k_p p} = \frac{dp}{p} + \frac{z_\theta}{k_p c_v} \cdot \frac{\Delta h \cdot dm - dQ}{zmT} .$$

Анализируя коэффициенты полученного уравнения, замечаем, что

$$zmT = \frac{pV}{R} , \quad \frac{dp}{p} = \frac{dm}{m} - \frac{dV}{V} , \quad \frac{z_\theta}{c_v k_p} = \frac{k_T - 1}{Rk_T} ,$$

причем допустимо считать, что показатель $k_T = k$. В итоге для i -той полости приходим к равенству

$$\frac{V_i \cdot \dot{p}_i}{k_{p,i} \cdot p_i} = -\dot{V}_i + \frac{\dot{m}_i}{\rho_i} - \frac{k-1}{k \cdot p_i} \left(\sum_j \Delta h_{i,j} \cdot \dot{m}_{i,j} + \dot{Q}_i \right) , \quad (12)$$

которое является обобщением уравнения (1).

При использовании уравнения (12) величины теплоты сублимации h_0^0 в формуле для расчета удельной энтальпии не учитывают, потому что на значение перепада энтальпий $\Delta h_{i,j}$ между i -той и j -той полостью она не влияет.

Решения замыкающих уравнений

В бойлевых координатах давление, плотность и температура связывает равенство

$$\frac{\pi_b \theta}{\omega} = 1 + \left[\frac{c}{1-c\omega} + \gamma d \theta + (1-\gamma)d \right] \omega (1-\theta(1-\omega)) . \quad (13)$$

Алгебраическая форма (13) уравнения состояния газа в методе динамического расчета системы используется при формировании начальных условий и при численном интегрировании уравнений.

Начальными условиями для каждой полости являются давление p и температура T , откуда получаем $p_b = p / p_b$ и $\theta = T_b / T$, а плотность $\rho = \omega \rho_b$ определяем из уравнения (13). После элементарных преобразований приходим к уравнению

$$A\omega^4 + B\omega^3 + C\omega^2 + D\omega + E = 0 \quad (14)$$

с известными коэффициентами A, B, C, D, E .

Алгебраическое уравнение (14) решается при использовании процедуры `poliroots` пакета `Mathcad` либо в итерационном цикле

$$\omega_0 = 0; \omega_{j+1} = -\frac{E + A\omega_j^4 + B\omega_j^3 + C\omega_j^2}{D}, j = 0, 1, 2, \dots$$

Для достижения требуемой точности достаточно 10-ти итераций. Поскольку здесь определяются начальные условия, эта задача не влияет на общую трудоемкость метода расчета пневмосистемы.

После очередного шага интегрирования дифференциальных уравнений по бойлевым значениям давления p_b и плотности ω из уравнения (13) находим температуру. Благодаря аппроксимации (11) это уравнение для θ оказывается квадратным, положительный корень отвечает искомой температуре. Простое решение задачи, которое для каждой полости за время моделирования пневмосистемы повторяется миллионы раз, позволяет сохранить малую трудоемкость алгоритма расчета.

Перспективы дальнейших исследований

ОГТ-уравнение и его термодинамические функции используются в ГП «КБ «Южное» при разработке новых агрегатов автоматики ракетной техники; результаты, ценные для науки и практики, будут опубликованы.

Для моделирования условий сверххолодного наддува [2] топливных баков ракеты-носителя типа «Зенит» проводится доработка ортометрического уравнения состояния с целью расширения области его применения.

Третьим перспективным направлением является составление аналогичных уравнений для других газов, и, в первую очередь, учитывая высокую актуальность решения этой задачи, — для метана. Новые научные технологии, разработанные для космоса, обязаны приносить пользу при решении земных проблем.

Выводы

1. Сформирована область изменения параметров рабочего тела для агрегатов пневмодиагностики и сформулированы требования к уравнению реального газа, пригодному для динамических расчетов.

2. Выполнен анализ известных уравнений состояния реального газа и указаны причины, по которым они не могут использоваться для решения поставленной задачи.

3. Предложено для получения нового уравнения использовать теорию А.И. Бачинского ортометрических состояний газа и бойлевы масштабы изменения его параметров.

4. Выбрана форма искомого уравнения и, при использовании табличных данных, получены значения его коэффициентов. Оказалось, что у азота, аргона, кислорода и воздуха два коэффициента модели (из трех) одинаковы, и этот новый результат дает импульс для развития теории реального газа.

5. Показано, что в области изменения параметров рабочего тела из его уравнения состояния следуют все термодинамические свойства, включая калорические характеристики, и приведены простые формулы для расчета этих функций.

6. Выполнено сопоставление расчетных характеристик газа с табличными данными; средняя и максимальная погрешность не превысила 0,1%.

7. Получено уточненное уравнение сжимаемости реального газа в полости и описаны методы решения замыкающих уравнений для плотности и температуры, которые возникают на этапах формирования начальных условий и при интегрировании уравнений сжимаемости и неразрывности.

Литература

1. Присняков В.Ф. Определение параметров газа при опорожнении емкости с учетом сжимаемости и сопротивления магистрали [Текст] / В.Ф.Присняков, М.И.Галась, А.И.Логвиненко, В.А.Мосейко // Проблемы высокотемпературной техники. Сб.н.тр. — Днепропетровск, 1981. — С.86 — 94.

2. Митиков Ю.А. Математическое моделирование параметров сверххолодной системы наддува топливного бака с керосином [Текст] / Ю.А.Митиков // Космічна наука і технологія. — 2015. — Т.21. — №5. — С.43 — 47.

3. Beattie J.A. A New Equation of State for Fluids. I. Application to Gaseous Ethyl Ether and Carbon Dioxide [Text] / J.A. Beattie, O.C. Bridgeman // Journal of the American Chemical Society. — 1927. — vol.49. — С.1665 — 1667.

4. Вукалович М.П. Уравнение состояния

реальных газов [Текст] / М.П. Вукалович, И.И. Новиков – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1948. – 340 с.

5. Шевченко С.А. Экспериментальное исследование динамических характеристик регулятора давления газа в системе запуска ЖРД многократного включения [Текст] / С.А. Шевченко // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Харьков: «ХАИ», 2015. Вып.4(84). – С.49 – 68.

6. Шевченко С.А. Моделирование пневмосистемы запуска ЖРД при учете теплообмена газа со стенками полостей и уточнении сил, действующих на клапаны регуляторов [Текст] / С.А. Шевченко, А.Л. Григорьев, М.С. Степанов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2015. – № 7(124). – С.100 – 110.

7. Шевченко С.А. Особенности расчета агрегатов автоматики пневмосистем ракетной техники при учете фактора сжимаемости гелия [Текст] / С.А. Шевченко, Ю.А. Митиков, А.Л. Григорьев // Вестник двигателестроения, 2016 – №2 – С.148 – 159.

8. Кириллин В.А. Техническая термодинамика [Текст] / В.А. Кириллин, В.В. Сычев, А.Е. Шейндлин – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 416 с.

9. Сычев В.В. Термодинамические свойства гелия [Текст] / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов, Г.А. Спиридонов, В.А. Цымарный. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 320 с.

10. Сычев В.В. Термодинамические свойства воздуха [Текст] / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов, Г.А. Спиридонов, В.А. Цымарный. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 276 с.

11. Сычев В.В. Термодинамические свойства кислорода [Текст] / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов, Г.А. Спиридонов, В.А. Цымарный. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 304 с.

12. Сычев В.В. Термодинамические свойства азота [Текст] / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов, Г.А. Спиридонов, В.А. Цымарный. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 352 с.

13. Рабинович В.А. Теплофизические свойства неона, аргона, криптона и ксенона [Текст] / В.А. Рабинович, А.А. Вассерман, В.И. Недоступ, Л.С. Векслер. – М.: Изд-во стандартов, 1975. – 636 с.

14. Бачинский А.И. Избранные труды [Текст] / А.И. Бачинский. – М.: Изд-во АН СССР, 1960 – 414 с.

15. Мейсон Э., Сперлинг Т. Вириальное уравнение состояния [Текст] / Э. Мейсон., Т. Сперлинг. – М.: Мир, 1972. – 280 с.

16. Шехтман А.М. Газодинамические функции реальных газов: Справочник [Текст] / А.М. Шехтман. – М.: Энергоатомиздат, 1988 – 175 с.

17. Истомин В.А. Показатели изоэнтропы реального газа: особенности их применения в термогазодинамике [Текст] / В.А. Истомин // Журнал физической химии, 1998, том 72, №3, С.409 – 415.

18. Tegeler Ch. A New Equation of State for Argon Covering the Fluid Region for Temperatures from the Melting Line to 700 K at Pressures up to 1000 MPa [Text] / Ch. Tegeler, R. Span, W. Wagner // J. Phys. Chem. Ref. Data, 28(3), 1999 – С.779 – 850.

Поступила в редакцию 12.06.2018

С.А. Шевченко, В.І. Конох, Ю.О. Мітіков, О.Л. Григор'єв. Термодинамічні властивості газоподібного робочого тіла в агрегатах автоматики ракетної техніки

Для агрегатів пневмоавтоматики ракетної техніки визначена область зміни параметрів робочого тіла й сформульовані вимоги до рівняння стану реального газу, придатному для динамічних розрахунків цих агрегатів. Обрана ортометрична форма шуканого рівняння й отримані значення його настроювальних коефіцієнтів. Наведено формули для розрахунків термодинамічних і калоричних функцій, визначена похибка моделі. Отримано уточнене рівняння стисливості реального газу в порожнині. Зазначено напрямки подальшого розвитку моделі та її практичного застосування.

Ключові слова: агрегат пневмоавтоматики, РРД багаторазового включення, газодинамічний розрахунок, реальний газ, рівняння стану, фактор стисливості.

S.A. Shevchenko, V.I. Konokh, Yu.A. Mitikov, A.L. Grigoriev. Thermodynamic properties of gaseous working medium in automatics units of rocket technology

For the pneumatic automatics units, which are used in sophisticated gas-dynamical systems of rocket technology the area of the working medium parameters variation is determined that are limited by the isochoric, adiabatic, and two isotherms. The requirements to the real gas equation suitable for dynamic calculations of these units are formulated. The analysis of the known equations of real gas state is performed and the reasons why they can't be used to solve the task are indicated. To obtain a new equation, it is proposed to use the theory of orthometric states of gas and boiling scales to measure its parameters.

The form of the target equation is chosen and, using the virial equations and standard tabular data, the values of the three tuning coefficients are obtained. It turned out that for nitrogen, argon, oxygen and air, the two tuning coefficients corresponding to a change in the repulsive force of particles as functions of the density and the change in the attractive force of the particles as a function of the gas temperature are the same, and this new result gives an impetus for the development of the theory of real gas.

Similar equations are obtained for helium in the low-temperature and high-temperature areas. Two coefficients corresponding to the effects of the association of helium atoms for these models are different, and the third determined by the size of the atomic force field is the same.

It is shown that all the thermodynamic properties, including the caloric characteristics, follow from the state equation in the area of changing the working parameters of the gas, and simple formulas for calculating these functions are given. Comparison of calculated gas characteristics with standard tabular data is performed. The average and maximum error for the compressibility factor is from 0.05 to 0.15%.

A refined equation for the compressibility of a real gas in a cavity is obtained. It is shown that, in the field of operating parameters, the isentropic exponent, which connects pressure and temperature, is close to its value for an ideal gas. This made it possible to simplify the compressibility equation and the formula for the mass flow of gas through the throttle. Methods for solving algebraic equations for the density and temperature arising at the phases of formation of initial conditions and at integration of the equations of compressibility and continuity are described. The directions of further development of the model and its practical applications are indicated.

Keywords: *pneumatic control unit, LRE of multiple ignition, gas-dynamic analysis, real gas, equation of state, compressibility factor.*

References

1. Prisljakov V.F., Galas' M.I., Mosejko V.A., Logvinenko A.I. *Opređenje parametrov gaza pri oporožnjenii emkosti s učetom szhimaemosti i soprotivlenija magistrali [Determining parameters of the gas during discharge of capacity taking into account the compressibility and resistance lines]. Problemy vysokotemperaturnoj tehniki. Sb. nauch. tr. Dnepropetrovsk, 1981, pp.86 – 94.*

2. Mitikov Ju.A. *Matematicheskoe modelirovanie parametrov sverhholodnoj sistemy nadduva toplivnogo baka s kerosinom [Kerosene fuel tank super cold pressurization parameters mathematical modeling]. Kosmichnanaukai tekhnolohiya, 2015, vol.21, no.5, pp.43 – 47.*

3. Beattie J.A., Vridgeman O.S. *A New Equation of State for Fluids. I. Application to Gaseous Ethyl Ether and Carbon Dioxide. Journal of the American Chemical Society, 1927, vol. 49, pp. 1665 – 1667.*

4. Vukalovich M.P., Novikov I.I. *Uravnenie sostoyaniyareal'nykh gazov [The equation of state for real gases]. Moscow–Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1948.340 p.*

5. Shevchenko S.A. *Eksperimental'noe issledovanie dinamicheskikh kharakteristikregulyatoradavleniyagazav sisteme zapuskaZhRD mnogokratnogo vkluycheniya[Experimental research and adjustment of dynamic characteristics of the gas pressure regulator for startup system of the multiple run LRE]. Voprosy proektirovaniya i proizvodstva konstruksii*

letatel'nykh apparatov. Sb. nauch. tr. Kharkiv, Nac. Aerokosm. Un-t «KhAI» Publ., 2015, no.4 (84), pp.49 – 68.

6. Shevchenko S.A., Grigor'ev A.L., Stepanov M.S. *Modelirovanie pnevmosistemy zapuska ZhRD pri uchete teploobmena gaza so stenkami polostej i utocnjenii sil, dejstvujushhih na klapany reguljatorov [Modelling of the LRE pneumatic starting system at taking into account the heat exchange between gas and cavity walls, as well as refinement of the forces acting on the regulator poppets]. Aviacionno-kosmicheskaja tehnika i tehnologija, 2015, no.7(124), pp.100 – 110.*

7. Shevchenko S.A., Mitikov Yu.A., Grigor'ev A.L. *Osobennosti rascheta agregatov avtomatiki pnevmosistem raketnoi tekhniki pri uchete faktora szhimaemosti geliya [Specificity of control units of rocketry pneumatic systems analysis with allowance for the helium compressibility factor]. Vestnik dvigatelestroeniya, 2016, no. 2, pp.148 – 159.*

8. Kirillin V.A., Sychev V.V., Shejndlin A.E. *Tehnicheskaja termodinamika [Engineering thermodynamics]. Moscow, Jenergoatomizdat Publ., 1983.416 p.*

9. Sychev V.V., Vasserman A.A., Kozlov A.D., Spiridonov G.A., Tsymarnyi V.A. *Termodinamicheskie svojstvagehija[Thermodynamic properties of helium]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1984.320 p.*

10. Sychev V.V., Vasserman A.A., Kozlov A.D., Spiridonov G.A., Tsymarnyi V.A.

Termodinamicheskie svoystva vozdukha [Thermodynamic properties of air]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1978.276 p.

11.Sychev V.V., Vasserman A.A., Kozlov A.D., Spiridonov G.A., Tsymarnyi V.A. Termodinamicheskie svoystvakisloroda [Thermodynamic properties of oxygen]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1981.304 p.

12.Sychev V.V., Vasserman A.A., Kozlov A.D., Spiridonov G.A., Tsymarnyi V.A. Termodinamicheskie svoystvaazota [Thermodynamic properties of nitrogen]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1977.352 p.

13. Rabinovich V.A., Vasserman A.A., Nedostup V.I. Teplofizicheskie svoistvaneona, argona, kriptonai ksenona [Thermodynamic properties of neon, krypton and xenon]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1975.636 p.

14. Bachinskii A.I. Izbrannye trudy [Selected works]. Moscow, Izdatel'stvo AN SSSR Publ., 1960.414 p.

15.Mason E.A., Spurling T.H. The vital equation of state. 1st ed. New York, Oxford, Pergamon Press, 1969. 297 p. (Russ. ed.: Meison, E., Sperling, T. Virial'noe uravnenie sostoyaniya. Moscow, Mir Publ., 1972.280 p.).

16.Shekhtman A.M. Gazodinamicheskie funktsii real'nykh gazov: Spravochnik [Gasdynamic functions of real gases]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988.175 p.

17.Istomin V.A. Pokazateli izoentropy real'nogo gaza: osobennosti ikh primeneniya v termo-gazodinamike [Indicators isentropic real gas: particularly their application in thermogas dynamics]. Zhurnal fizicheskoi khimii, 1998, vol.72, no.3, pp.409 – 415.

18.Tegeler Ch., Span R., Wagner W. A New Equation of State for Argon Covering the Fluid Region for Temperatures from the Melting Line to 700 K at Pressures up to 1000 MPa. J. Phys. Chem. Ref. Data, 1999, 28(3), pp.779 – 850.