

УДК 631.7.04-197:631:7.019.12

В.О. ПОВГОРОДНИЙ, канд. техн. наук, доцент

Национальный аэрокосмический университет «ХАИ», Украина

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТУРБИН, ИСХОДЯ ИЗ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ

Экспериментально-теоретическое исследование термоупругого состояния элементов турбостроения осуществляется исходя из решения обратной задачи термоупругости. В результате решения обратной задачи термоупругости можно определить температурное поле диска турбины исходя из температурных напряжений. Обратная задача термоупругости решается с использованием уравнения Фредгольма и конечно-разностный аналог ядра интегрального оператора строится исходя из кусочно-постоянной аппроксимации и позволяет заменить эксперимент. В качестве примера рассмотрим польный круговой цилиндр. Результаты расчета можно использовать как неотъемлемую часть проектирования объектов энергетического машиностроения (паровых и газовых турбин), а также расчета их ресурса и выбора системы охлаждения.

Ключевые слова: температура, обратные задачи, термоупругость, турбина, диск турбины

Введение

В настоящее время известны способы контроля температуры недоступных для прямого термометрирования поверхностей материалов, основанные на решении прямых и обратных задач термоупругости. Сформулируем задачу экспериментально-теоретического исследования термоупругого напряженного состояния тела. Пусть в теле, занимающем область V , имеется стационарное неоднородное температурное поле и соответствующее ему поле термоупругих напряжений. В результате измерений на части поверхности S температура $T(s)$ и тензор термоупругих напряжений $\sigma_{ij}(s)$ считаются известными. При этих условиях требуется определить температуру $T(x)$ поверхности L .

Сформулируем более подробно следующую задачу исследования термоупругого напряженного состояния тела. Пусть в теле, занимающем область V , имеется стационарное неоднородное температурное поле и соответствующее ему поле термоупругих напряжений. В результате измерений на части поверхности S температура T и тензор термоупругих напряжений $\sigma_{ij}(s)$ считаются известными. При этих условиях требуется определить температуру $T(x)$ поверхности L .

Формулирование проблемы

В случае, когда упругие характеристики материала в пределах каждого слоя являются постоянными, можно получить точные ана-

литические решения задач термоупругости для многослойных конструкций.

Многослойные и двухслойные конструкции широко применяются в турбиностроении. Например, применение звукопоглощающих конструкций позволило самолетам Ту-204/214 с ПС-90А соответствовать действовавшим тогда нормам Главы 3 ИКАО по шуму на местности. Затем систему звукопоглощения мы модернизировали, и теперь самолеты с двигателями ПС-90А соответствуют более новым, жестким нормам Главы 4 ИКАО по шуму. Итак, использование монокристаллических лопаток ТВД первой и второй ступени из сплава ЖС36. Это уже не литье направленной кристаллизации, а монокристаллическое литье. Использование керамического теплозащитного покрытия на рабочих и сопловых лопатках ТВД. Гранульный сплав ЭП741НП с уменьшением размеров гранул для дисков ТВД. Жаропрочный интерметаллидный сплав ВКНА для статорных деталей ТВД. Применение двухслойных звукопоглощающих конструкций из угле- и стеклопластиков в мотогондоле, т.е., и в ПС-90А, и в ПС-90А2 наше КБ все шире применяет композитные конструкции вместо металлических. Это значительно снижает массу двигателя. Корпус вентилятора ПС-90А2 удерживает рабочую лопатку, оборвавшуюся под корень. Корпус вентилятора ПС-90А удерживал только надполочную часть. Такой результат достигнут благодаря применению многослойной композитной конструкции с заданными характеристиками.

Рассмотрим задачу термоупругости для двухслойного тонкого круглого диска (плоское напряженное состояние) с центральным отверстием при осесимметричном температурном поле.

$$\frac{d^2 U_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_i}{dr} - \frac{1}{r^2} U_i - (1 + \nu_i) \alpha_i \frac{dT_i(r)}{dr} = 0;$$

$$(i = 1, 2) \quad (1)$$

$$\sigma_{r1}(r_1) = 0; \sigma_{r1}(r_2) = \sigma_{r2}(r_2);$$

$$U_1(r_2) = U_2(r_2); \sigma_{r2}(r_3) = 0,$$

где $U_i, (i = 1, 2)$ – радиальное перемещение;
 r – координата; ν_i – коэффициент Пуассона;

α_i – коэффициент линейного расширения;

$T_i(r)$ – температура.

Общий интеграл уравнения (1) будет

$$U_i = C_{1i}r + C_{2i} \frac{1}{r} + (1 + \nu_i) \frac{\alpha_i}{r} \int T_i(r) r dr;$$

где $C_{1i}, C_{2i}, (i = 1, 2)$ – постоянные интегрирования.

Формулы для определения радиальных и окружных напряжений имеют вид

$$\sigma_{ri} = C_{1i} \frac{E_i}{(1 - \nu_i)} - C_{2i} \frac{E_i}{(1 + \nu_i)r^2} - \frac{\alpha_i E_i}{r^2} \int_{r_1}^r T_i(r) r dr;$$

$$\sigma_{\theta i} = C_{1i} \frac{E_i}{(1 - \nu_i)} + C_{2i} \frac{E_i}{(1 + \nu_i)r^2} - \alpha_i E_i T_i(r) + \frac{\alpha_i E_i}{r^2} \int_{r_1}^r T_i(r) dr,$$

где E – модуль нормальной упругости (модуль Юнга).

Неизвестные постоянные $C_{1i}, C_{2i} (i = 1, 2)$ находятся из граничных условий (1) (равенство нулю напряжений на границах двухслойного диска) и условий сопряжения (равенство температурных напряжений и перемещений в точке контакта слоев). Для определения коэффициентов C_{1i}, C_{2i} получим следующую систему алгебраических линейных уравнений

$$C_{11}D_1 - C_{21}D_2 = 0;$$

$$C_{11}D_1 - C_{21}D_3 - C_{12}D_4 + C_{22}D_5 - B_1 = 0;$$

$$C_{11}r_2 + C_{21}/r_2 - C_{12}r_2 - C_{22}/r_2 + B_2 = 0;$$

$$C_{12}D_4 - C_{22}D_6 - B_3 = 0,$$

где

$$D_1 = E_1 / (1 - \nu_1); D_2 = E_1 / (1 + \nu_1)r_1^2;$$

$$D_3 = E_1 / (1 + \nu_1)r_2^2; B_1 = \frac{\alpha_1 E_1}{r_2^2} \int_{r_1}^{r_2} T_1(r) r dr;$$

$$D_4 = E_2 / (1 - \nu_2); D_5 = E_2 / (1 + \nu_2)r_2^2;$$

$$B_2 = (1 + \nu_1) \frac{\alpha_1}{r_2} \int_{r_1}^{r_2} T_1(r) r dr;$$

$$B_3 = \frac{\alpha_2 E_2}{r_3^2} \int_{r_1}^{r_2} T_2(r) r dr; D_6 = E_2 / (1 + \nu_2)r_3^2.$$

Тензор термоупругих напряжений $\sigma_{ij,j}$ в рассматриваемом случае удовлетворяет следующей системе дифференциальных уравнений стационарной термоупругости в напряжениях [1]:

$$\sigma_{ij,j} = 0,$$

$$\sigma_{ij,kk} + \frac{1}{1 + \mu} (\sigma_{kk} + \alpha_t E T), ij = 0,$$

$$\sigma_{ij} n_j = 0 \text{ на } L + S$$

Здесь σ_{kk} – первый вариант тензора напряжений; α_t – коэффициент теплового расширения; E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; T – температурное поле без источников; n_j – компоненты единичного вектора внешней нормали в точках поверхностей L и S .

Рассмотрим случай, когда в точке x_0 L задана обобщенная функция температуры $T_0 \delta(x - x_0)$, где T_0 – константа, $\delta(x - x_0)$ – дельта-функция Дирака. На части поверхности S положим температуру, равную нулю. Найдем в этом случае решение уравнений теплопроводности для рассматриваемой области. Эта задача является полностью определенной в смысле краевых условий и корректно поставленной. В результате решения системы уравнений (1) определим распределение значений тензора напряжений в объеме тела, в том числе и на поверхности S . Обозначим тензор напряжений на S через $H_{ij}(s, x_0)$. Пусть точка x_0 пробегает все множество точек, принадлежащих L . В результате построим функции Грина для напряжений. Зная функции Грина $H_{ij}(s, x_0)$, можно определить напряженное состояние на поверхности S от произвольного распределения температуры $T(x)$ на поверхности L при условии равенства нулю температуры на S . Тензор напряжений в точках s S можно представить в следующем виде

$$\sigma_{ij}(s) = \int_L H_{ij}^t(s, x) T(x) dL(x). \quad (2)$$

Поскольку выражение (2) представляет собой суперпозицию решений краевых задач термоупругости, то тензор напряжений $\sigma_{ij}(x)$

также будет удовлетворять системе уравнений линейной термоупругости (1).

Рассмотрим теперь случай, когда на поверхности S задана температура $T(S)$, известная из постановки задачи, а на поверхности L температура равна нулю. Найдем в этом случае решение системы уравнений (1)–(2). Эта задача также является полностью определенной в смысле краевых условий и конкретно поставленной. В результате решения определим распределение значений тензора напряжений в объеме тела и в точках $s \in S$. Обозначим тензор напряжений на S через $\sigma_{ij}^0(x)$. Предположим теперь, что распределение температуры как на поверхности S , так и на поверхности L известно ($T(x)$ и $T(s)$). Тогда заданный на наружной поверхности тензор напряжений $\sigma_{ij}^*(x)$ будет удовлетворять следующему уравнению:

$$\sigma_{ij}^*(s) = \sigma_{ij}^0(s) + \int_1 H_{ij}^t(s, x) T(x) dL(x) \quad (3)$$

Тензор термоупругих напряжений, определяемый этим выражением, ввиду линейности рассматриваемой задачи удовлетворяет всем уравнениям термоупругости и заданным граничным условиям. При известном распределении температуры $T(s)$ и известном тензоре напряжений $\sigma_{ij}^*(x)$ на поверхности S представление (3) является уравнением относительно неизвестного распределения температуры $T(x)$ на поверхности L .

Перепишем уравнение (3) в следующем виде:

$$\int_1 H_{ij}^t(s, x) T(x) dL(x) = \varphi_{ij}(s),$$

Где $\varphi_{ij}(s) = \sigma_{ij}^*(s) - \sigma_{ij}^0(s)$, $ij = 1, 2, 3$.

Таким образом, для нахождения неизвестного распределения $T(x)$ на поверхности S необходимо решить это интегральное уравнение Фредгольма первого рода. Решение этого уравнения представляет собой обратную задачу термоупругости, в которой изучаемый объект (в данном случае $T(x)$) – распределение температуры на L не доступен для прямого экспериментального исследования, и изучается его некоторое проявление $\varphi_{ij}(s)$. При решении этой задачи применен метод граничных элементов (МГЭ) в сочетании с вариационным методом. **Метод граничных элементов в сочетании с методом последовательных приближений использован для расчета длинных панелей постоянной толщины (рис.1, рис.2).**

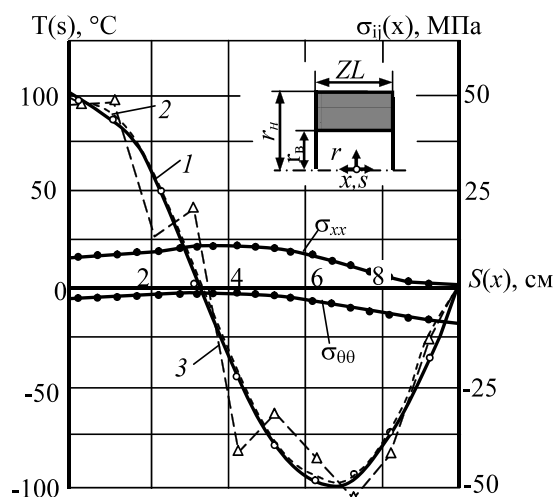


Рис. 1. Исходные данные (напряжения σ_{xx} и $\sigma_{\theta\theta}$ на внешней поверхности) и результаты восстановления распределения температуры (на внутренней поверхности)

1 – точное решение; 2 – регуляризованное решение; 3 – нерегуляризованное решение

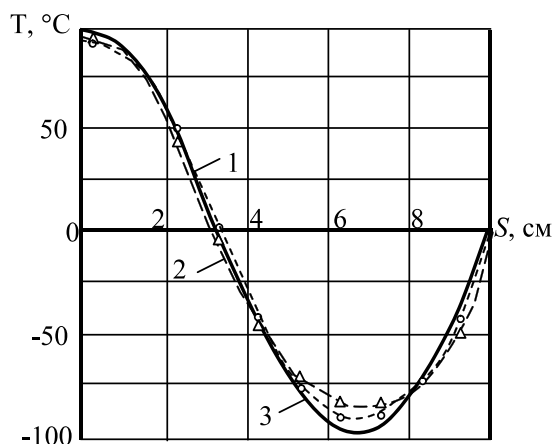


Рис. 2. Регуляризованные решения при двух уровнях погрешностей исходных данных

1 – точное решение; 2 – регуляризованное решение; 3 – нерегуляризованное решение

При получении нерегуляризованного решения с меньшим или минимально необходимым количеством исходной информации наблюдается усиление «разболтки». Требования к маневренности и надежности современных паровых турбин неразрывно связаны с общими условиями работы энергосистем суточными, недельными и годовыми графиками потребления электроэнергии.

Выводы

Решение проблемы регулирования внешних или внутренних температурных силовых

нагруженный, при которых будут достигнуты температурные напряжения или перемещения в элементах конструкций в пределах допустимых значений, имеют теоретическую и практическую ценность. Целесообразно считать, что единственный путь нахождения этих величин как функции времени и геометрических координат заключается в решении обратных задач теплопроводности и термоупругости и определении температурного поля, исходя из поля температурных напряжений.

Кроме того, экономичность состоит в том, что дороговизна и сложность экспериментальных исследований вызывает необходимость создания расчетно-теоретических методик ис-

следования данных технических объектов и разработки алгоритмов для аналитического и численного решения ряда тестовых задач температурного управления.

Литература

1. Бахышев Ш.М. Обратные задачи термоупругости. — М.: Прометей, 2002. — 152 с.
2. Банцарев К.Н. Исследование составных пластин методом граничных элементов в сочетании с вариационным методом. — Набережные Челны, 2001 — 116 с.
3. Романов, В.Г. Обратные задачи математической физики. — М.: Наука, 1984. — 261 с.

Поступила в редакцию 23.05.2013

В.О.Повгородній. Експериментально-теоретичне визначення термонапруженого стану елементів турбін, виходячи з вирішення оберненої задачі

Розглядається обернена коефіцієнтна задача термопружності для елементів турбін. Розв'язок, що пропонується в цій роботі, базується на тому, що термомеханічні процеси в пласті є гармонійними. Геометрія області та граничні умови дозволяють звести цю задачу до одновимірної задачі термопружності. За умови дуже малих частот термомеханічних коливань можна побудувати рівняння, з котрого можна знайти коефіцієнти температурних напружень та тепловиділення при деформуванні. Числовий метод, який використовується — метод граничних елементів. Одержані результати можна використовувати при моделюванні процесу експериментального визначення фізико-математичних характеристик матеріалів, які використовуються в авіаконструкціях, приладобудуванні ракетобудуванні та енергетичному машинобудуванні.

Ключові слова: температура, обернені задачі, термопружність, турбіна, диск турбіни.

V.O. Povgorodny. The experimental and analytical solution of inverse problem for plate with element's of the turbine

An inverse thermoelasticity problem for a finite thickness layer is considered. The proposed solution is based on the assumption that thermo-mechanical processes in the layer have a stationary harmonic character. The area geometry and boundary conditions allow reducing the problem to a one-dimensional thermoelasticity problem. Assuming thermomechanical oscillation frequency small enough a solving equation was produced. This equation allows determining quotients of temperature stresses and heat release under deformation. Obtained results can be used to simulate the process of experimental determination of physical-mechanical properties of the materials used in aero- and spacecraft manufacturing and of the energetic machinebuildings.

Key words: temperature, inverse problems, thermoelasticity, turbine, element's of the turbine.