

УДК 621.378:535

Р.Х. Макаева, А.Х. Каримов, А.М. Царева

*Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ (КНИТУ-КАИ), Россия*

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДИСКОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

Приведены результаты экспериментальных исследований резонансных частот и форм колебаний круглых закрепленных в центре пластин (дисков) постоянной толщины, изготовленных из различных конструкционных материалов, методом голографической интерферометрии.

Составлены таблицы резонансных форм колебаний дисков. Исследованы влияния на резонансные характеристики размеров, материала дисков, способов подвода вибраций. Выявлены кратные формы колебаний. Построены графические зависимости резонансных частот от чисел узловых диаметров и узловых окружностей, позволяющие исключить пропуски гармоник. По результатам экспериментальных исследований колебаний круглых закрепленных в центре пластин (дисков) постоянной толщины определены значения частотных коэффициентов для 36 гармоник.

Результаты исследований использованы при решении практических задач колебаний и прочности реальных дисков.

Ключевые слова: *круглые закрепленные в центре пластины, диски, резонансные частоты, формы колебаний, голографическая интерферометрия, частотные коэффициенты.*

При проектировании и изготовлении дисков, рабочих колес газотурбинных двигателей, работающих при значительных динамических нагрузках, определяются резонансные частоты и формы колебаний.

Прежде чем приступить к исследованию реальных рабочих колес, дисков основополагающие результаты можно получить при изучении колебаний круглых пластин постоянной толщины. Как правило, толщина рабочего диска h мала по сравнению с наружным радиусом R_d . Это дает возможность рассматривать диск как тонкую пластину и использовать результаты, полученные при исследованиях колебаний круглых пластин [1].

Проводились исследования резонансных частот и форм колебаний круглых закрепленных в центре пластин (дисков) постоянной толщины, изготовленных из различных конструкционных материалов.

Экспериментальная часть работы выполнялась на голографической установке, описанной в работе [2].

Диск насаживался в вертикальном положении и крепился жестко на оси, проходящей через его центр. Колебания возбуждались пьезоэлектрическим вибратором. Применялись различные способы возбуждения колебаний: вибратор подводился к полотну диска, перпендикулярно к оси крепления диска или в направлении оси крепле-

ния диска. Звуковые сигналы от вибрирующего диска регистрировались двумя микрофонами: конденсаторным микрофоном, адаптированным к компьютеру, и микрофоном шумомера.

Диапазон измеренных частот составил 100 – 65000 Гц.

Формы колебаний дисков исследовались голографическим методом усреднения по времени. Были получены голографические интерферограммы более 100 видов гармоник диска на резонансных частотах. Одновременно выполнялись расчеты вибрационных характеристик с применением аналитических и численных методов.

Определенную форму колебаний диска обозначали символом F_{sn} , где s – число узловых окружностей, n – число узловых диаметров.

Знание последовательности появления форм колебаний однородного диска позволяет исключить вероятность пропуска резонансной моды.

На рис. 1 полученные экспериментально формы колебаний диска систематизированы по мере возрастания количества узловых окружностей s и узловых диаметров n . В правом верхнем углу ячейки проставлена очередность появления данной формы.

Первой появляется форма колебаний F_{01} – с одним узловым диаметром, а не зонтичная F_{00} , как отмечается в ряде теоретических работ, например, в работе [1]. Форме F_{01} соответствует меньшая резонансная частота и деформация диска,

чем по форме F_{00} . Далее появляются формы колебаний по мере усложнения деформаций: F_{02} , F_{03} , F_{04} , то есть с двумя, тремя, четырьмя узлами диаметрами.

| s | n | | | | | |
|-----|-------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | F_{00} 2 $f=300$ Гц | F_{01} 1 150 | F_{02} 3 438 | F_{03} 4 712 | F_{04} 5 1330 | F_{05} 8 2110 |
| | F_{10} 6 1600 | F_{11} 7 1710 | F_{12} 9 2510 | F_{13} 10 3657 | F_{14} 13 5027 | F_{15} 15 6745 |
| 2 | F_{20} 11 4200 | F_{21} 12 4703 | F_{22} 14 5955 | F_{23} 16 7681 | F_{24} 19 9700 | F_{25} 21 12170 |
| | F_{30} 17 8285 | F_{31} 18 9364 | F_{32} 20 10591 | F_{33} 22 13076 | F_{34} 25 15680 | F_{35} 27 18360 |
| 4 | F_{40} 23 13700 | F_{41} 24 14900 | F_{42} 26 17010 | F_{43} 28 19668 | F_{44} 31 21150 | F_{45} 33 28950 |
| | F_{50} 29 19980 | F_{51} 30 21117 | F_{52} 32 25911 | F_{53} 34 29155 | F_{54} 35 34280 | F_{55} 36 38875 |

Рис. 1. Резонансные формы и частоты колебаний диска постоянной толщины диаметром $D = 162$ мм, толщиной $h = 2$ мм из стали 12Х18Н10Т, полученные экспериментально

Исследователей прочности дисков интересуют обычно формы низкочастотных колебаний, характеризующиеся наибольшими деформациями и напряжениями. Наиболее опасными являются формы с узловыми диаметрами.

Шестой по счету является форма колебаний с одной узловой окружностью ($s = 0$), то есть F_{10} . Далее появляется форма F_{11} , затем F_{05} , и при $s = 1$ два F_{12} , три F_{13} диаметра.

У всех исследованных дисков резонансные формы колебаний F_{sn} в пределах формы F_{55} появлялись в одной и той же последовательности: F_{01} , F_{00} , F_{02} , F_{03} , F_{04} , F_{10} , F_{11} , F_{05} , F_{12} , F_{13} , F_{20} , F_{21} , F_{14} , F_{15} и т.д. с некоторой периодичностью.

По данным подобных экспериментальных таблиц построены графические зависимости резонансных частот f от чисел узловых диаметров и окружностей, наглядно демонстрирующие уста-

новленные закономерности. На рис. 2 приведены зависимости $f=f(n, s)$ для дисков диаметром $D = 160$ мм толщинами $h = 1$ мм, 2 мм, 3 мм, изготовленных из стали 45.

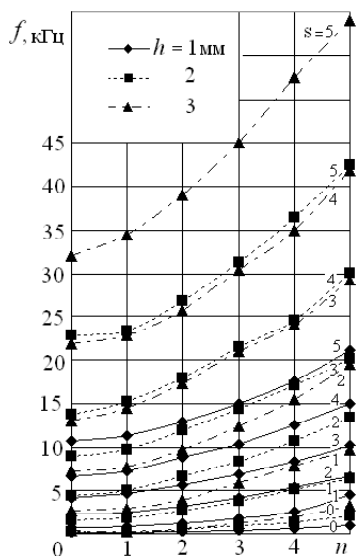


Рис. 2. Зависимости резонансных частот f от чисел узловых диаметров n и узловых окружностей s для дисков различной толщины

Для дисков из дюралюминия размерами $D = 160$ мм, $h = 1$ мм, 2 мм, 3 мм графические зависимости $f=f(n, s)$ практически совпадают.

Такие графики наглядно показывают характер зависимостей $f=f(n, s)$ и позволяют прогнозировать невыявленные резонансные частоты и формы колебаний.

В ходе экспериментов было установлено, что формы колебаний однородного диска являются устойчивыми. На картину форм не влияют ни размеры диска, ни материал, из которого они изготовлены. Отличаются только резонансные частоты.

Однородные диски постоянной толщины представляют собой поворотнo-симметричные системы. Одной из особенностей колебаний таких систем является наличие в резонансном спектре пар форм с совпадающими частотами. Такие пары могут образовываться из форм с одинаковым количеством n узловых диаметров.

Информация об экспериментально полученных таких формах, называемых кратными, опубликована только в работе [3]. О кратных формах, рассчитанных аналитически, говорится в работе [4]. Кратные формы имеют одинаковое количество узловых диаметров и окружностей, отличие состоит во взаимном повороте узловых диаметров на некоторый угол.

При теоретических расчетах такие формы имеют одинаковые частоты. Однако при колебаниях реальных объектов резонансные частоты кратных форм отличаются. Это можно объяснить нарушением различного рода симметрии. К ним можно отнести геометрическую, массовую и упругую неоднородность; неточность граничных условий (недостаточно точная центровка посадочного отверстия).

На рис. 3 приведены кратные формы колебаний диска из стали 45 с $h = 2$ мм и $D = 160$ мм.

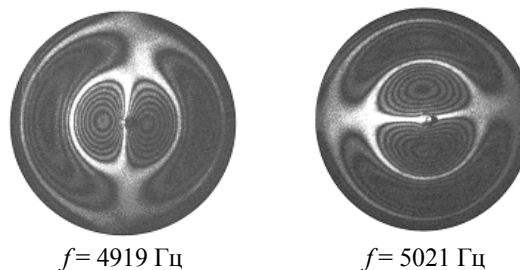


Рис. 3. Кратные формы F_{21} колебаний однородного диска

Диски совершают резонансные колебания по форме F_{21} - две узловые окружности и один узловой диаметр. Различие резонансных частот составило приблизительно 100 Гц, угол взаимного поворота узловых диаметров - 90° .

Кратные формы колебаний были установлены на дисках разных размеров и материалов.

Несовпадение частот определяется степенью и характером асимметрии пластины. Поэтому очевидно, что теоретический расчет резонансных частот кратных форм колебаний реальных объектов представляет сложную задачу, поскольку причины асимметрии реальных объектов практически неопределимы. Следовательно, определение резонансных частот кратных форм реальных объектов возможно только экспериментальным путем.

Результаты исследований показали, что одна и та же гармоника может появляться на различных резонансных частотах. В рассмотренных примерах разница частот достигала 100 Гц. Поворот картины узловых линий - $45^\circ - 90^\circ$.

В процессе экспериментальных работ исследовалось влияние различных способов возбуждения колебаний круглой пластины на резонансные частоты и формы колебаний.

Рассматривались три способа возбуждения: при подводе пьезоэлектрического вибратора к полотну диска, перпендикулярно и вдоль оси диска.

Резонансные частоты колебаний при различных способах возбуждения различались незначительно, в пределах погрешности измерений.

Картины форм колебаний были идентичными, повторялись при различных способах воз-

буждения. Следует отметить, что при первом способе возбуждения проявлялись преимущественно диаметрально-формы колебаний. Невозможно было получить зонтичную и низшие окружные формы колебаний.

При третьем способе возбуждения колебаний пластины превалировали окружные формы колебаний, невозможно было получить низшие диаметрально-формы колебаний. Наиболее универсальным способом оказался второй. При таком способе возбуждения проявлялись и зонтичная, и диаметрально-, и окружные формы колебаний.

Применительно к турбомашинам представляет практический интерес расчет собственных частот колебаний дисков, закрепленных в центре.

Для расчета необходимо знать частные коэффициенты. Для дисков, закрепленных в центре, такие сведения практически отсутствуют.

Поэтому были проведены расчеты частотных коэффициентов α по результатам экспериментального определения резонансных частот.

Расчет значений α проводился по известной формуле из работы [5], приведенной к виду

$$\alpha = 2\pi R^2 f \sqrt{\frac{\rho h}{D}}, \quad (1)$$

Для удобства анализа формула (1) была преобразована к виду

$$\alpha = 2\pi f / GM, \quad (2)$$

где G – геометрическая характеристика пластины, M – характеристика материала.

Значения характеристик M для исследованных материалов были приведены в работе [6]. Разброс значений M составил 1...3%. Это, в свою очередь, определяет практически одинаковые резонансные частоты дисков из исследованных материалов с одинаковой геометрической характеристикой G . Влияние геометрической характеристики размеров диска G на резонансные частоты дисков с различными значениями толщины h и диаметра D (радиуса R) можно оценить по графическим зависимостям $h = f(R, G)$ (рис. 4).

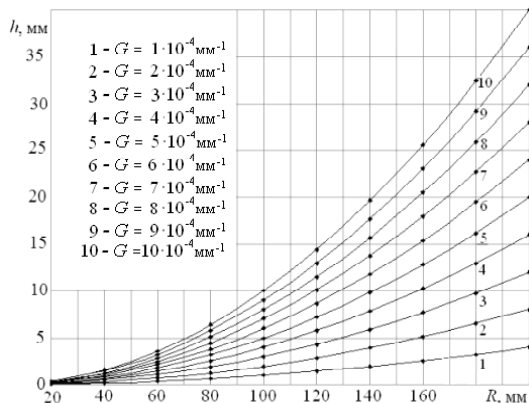


Рис. 4. Соотношение толщины h и радиуса R пластины при одинаковых резонансных частотах и значениях G

Линии $G = const$ для каждой гармоники являются линиями постоянной частоты при различных значениях h и R . Так, например, при $G = 5 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-1}$ (кривая 5) одинаковые частоты собственных колебаний имеют диски с $R = 80 \text{ мм}$ и $h = 3,2 \text{ мм}$, $R = 100 \text{ мм}$ и $h = 5 \text{ мм}$, $R = 120 \text{ мм}$ и $h = 7,2 \text{ мм}$ и т.д.

При расчете частотных коэффициентов α по формуле (2) для 14 разных дисков разброс значений для каждой моды составил в пределах 10-ти процентов. Следовательно, с указанной точностью каждой форме колебаний соответствует определенное значение частотного коэффициента, мало зависящее от размеров и материала дисков. По полученным коэффициентам для каждой F_{sn} были вычислены средние значения (табл. 1).

Таблица 1

| Форма колебаний F_{sn} | α_{cp} | Форма колебаний F_{sn} | α_{cp} | Форма колебаний F_{sn} | α_{cp} |
|--------------------------|---------------|--------------------------|---------------|--------------------------|---------------|
| F_{00} | 3,81 | F_{20} | 61,54 | F_{40} | 202,50 |
| F_{01} | 2,07 | F_{21} | 64,54 | F_{41} | 205,24 |
| F_{02} | 5,48 | F_{22} | 84,21 | F_{42} | 236,20 |
| F_{03} | 11,03 | F_{23} | 109,55 | F_{43} | 269,15 |
| F_{04} | 17,18 | F_{24} | 136,45 | F_{44} | 302,99 |
| F_{05} | 27,97 | F_{25} | 172,97 | F_{45} | 396,30 |
| F_{10} | 20,51 | F_{30} | 121,12 | F_{50} | 294,61 |
| F_{11} | 23,14 | F_{31} | 128,30 | F_{51} | 300,01 |
| F_{12} | 34,49 | F_{32} | 152,44 | F_{52} | 355,00 |
| F_{13} | 51,76 | F_{33} | 187,51 | F_{53} | 397,35 |
| F_{14} | 68,79 | F_{34} | 221,65 | F_{54} | 467,84 |
| F_{15} | 92,31 | F_{35} | 263,80 | F_{55} | 532,92 |

Расхождение полученных значений α с имеющимися некоторыми теоретическими значениями в работах других авторов, например [6], для первых четырех гармоник составило менее 1,5 %.

Экспериментальные значения частотных коэффициентов для дисков постоянной толщины с определенной точностью можно применять при предварительных расчетах собственных частот колебаний дисков, близких по форме.

Определение резонансных частот и форм колебаний объектов методом голографической интерферометрии является достаточно трудоемкой, тонкой работой и требует значительных материальных затрат. Аналитические методы весьма приближенные и также достаточно трудоемкие. Поэтому проводился численный расчет резонансных частот и форм колебаний методом конечных элементов с учетом экспериментальных данных.

Результаты исследований были использованы при решении вопросов колебаний и прочности реальных изделий: рабочих дисков компрессоров, крыльчаток, дисков диспергаторов.

Литература

1. Левин А.В. Рабочие лопатки и диски [Текст]/ А.В. Левин, – М.: Госэнергоиздат, 1953. – 624 с.
2. Макаева Р.Х. Определение вибрационных характеристик деталей ГТД методом голографической интерферометрии [Текст]/ Р.Х. Макаева, А.Х. Каримов, А.М. Царева // Изв. вузов. Авиац. техника. -2007.- № 1.- С. 78 - 80.
3. Смирнов В.А. Расчет частот и форм колебаний круглой пластинки [Текст]/ В.А. Смирнов, М.П. Нанасов –Перспективы развития строи-

тельных конструкций. Материалы научн.-практ. конф. – Л.: ЛДНТП, 1987. –С. 68 – 72.

4. Иванов В.П. Колебания рабочих колес турбомашин [Текст]/ В.П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.

5. Бабаков И.М. Теория колебаний [Текст]/ И.М. Бабаков. – М.: Наука, 1965. – 560 с.

6. Макаева Р.Х. Определение собственных частот и форм колебаний диска постоянной толщины, закрепленного в центре [Текст]/ Р.Х. Макаева, А.М. Царева, А.Х. Каримов // Изв. вузов. Авиац. техника. -2008. - № 1. - С. 41 – 45.

Поступила в редакцию 01.05.2012

R.Kh. Makayeva, A.Kh. Karimov, A.M. Tzareva. Investigation of resonance vibration mode of disks with use of the holographic interferometry

The results of experimental investigations of resonance vibration frequencies and mode for constant thickness centrally-secured disks from different material are presented. The investigations are carried out using the method of holographic interferometry.

The table of resonance vibration mode was done. The effects of sizes, material of disk, and the means of vibrations on resonance behaviors were investigated. The multiple vibration modes were determined.

The values of frequency coefficients were specified for 36 harmonics of constant thickness centrally-secured disks using the results of investigations. The table of relation of resonance frequencies from the quantity nodular diameters and circles were done.

The results of investigations were applied to solution of practical problems of vibration and strength of the real disks.

Key words: *constant thickness centrally-secured plate, disks, resonance vibration frequencies and mode, holographic interferometry, frequency coefficients.*