

Д.К. Новиков, К.Н. Чадаев

Самарский государственный аэрокосмический университет, Россия

## ДИНАМИКА РОТОРА ГТД С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ ДЕМПФЕРОВ ОПОР

Рассмотрена задача увеличения ресурса свободной турбины за счет внедрения гидродинамических демпферов в штатную конструкцию опоры. Составлены дифференциальные уравнения движения ротора с учетом его конструктивных особенностей. Гидродинамические силы в демпфере записаны в нелинейном виде относительно перемещений. Решение велось в предположении прямой синхронной прецессии ротора и свелось к системе двух нелинейных трансцендентных уравнений относительно амплитуд колебаний в обеих опорах, которая решалась численно средствами пакета MATLAB. Получено, что на определенных частотных режимах могут возникать нелинейные эффекты, выражющиеся в явлении срыва амплитудно-частотной характеристики. Основным фактором, влияющим на эти эффекты, является величина дисбаланса, действующего в системе, и демпфирование. Приведены результаты расчета вынужденных колебаний системы и дан анализ целесообразности модернизации опор свободной турбины.

**Ключевые слова:** аппарат газоперекачивающий, демпфер гидродинамический, динамика, нелинейность, оптимизация, ресурс, ротор, турбина свободная.

### Введение

Одно из основных требований к авиационным приводам со стороны ОАО «ГАЗПРОМ» – это повышенный ресурс. Значимым фактором, влияющим на ресурс ГПА, является уровень вибрации, который определяется демпфированием в опорах. Поэтому для передней опоры ротора свободной турбины (СТ) была разработана конструкция гидродинамического демпфера (ГДД) [1]. ГДД имеют малую массу и габариты, просты в изготовлении, надежны и эффективны при работе, имеют несколько конструктивных исполнений с разницей демпфирующей способности в сотни раз – все это позволяет гибко применять их для конкретных условий эксплуатации.

Ранее исследовались колебания жесткого ротора в опорах с ГДД, однако, ротор рассматривался фактически как материальная точка [2]. Исследование динамики жесткого ротора СТ на подшипниках качения с ГДД с учетом реальной геометрии позволяет выбрать оптимальную конструкцию демпфера, спрогнозировать поведение системы «ротор-подшипники» при эксплуатации и является важной задачей увеличения ресурса ГПА.

Для рассмотрения была принята СТ двигателя НК-14СТ-10, в опоры которой возможно установить ГДД с минимальными доработками корпуса подшипников.

### Расчетная модель

В общем случае вынужденные колебания зависят от статической (смещение центра тяжести

от оси вращения) и динамической (несовпадение главной центральной оси инерции с осью вращения) неуравновешенностей. Рассмотрим малые колебания ротора (рис. 1) около положения равновесия. Неподвижную систему координат  $OXYZ$  выбираем так, чтобы ее начало совпало с центром левой корпусной втулки демпфера.

Вводим допущения: угловая скорость ротора постоянна и ротор не имеет осевых перемещений. Дадим ротору произвольное смещение. Координаты центра масс правой опоры обозначим  $x_1$  и  $y_1$ , а левой –  $x_2$  и  $y_2$ , координаты центра масс ротора –  $x_c$  и  $y_c$ . Вал рассматривается как абсолютно жесткое тело [3], что основано на опыте эксплуатации данной машины. Угол между проекцией оси ротора на плоскость  $yz$  и осью  $OZ$  назовем  $\alpha_2$ ; угол между осью ротора и ее проекцией на плоскость  $xz$  обозначим  $\alpha_1$ . Положение опор определяется расстояниями  $L$  между ними и  $l_1$ ,  $l_2$  – от соответствующей опоры до центра масс.

Если обозначить через  $x$  и  $y$  координаты точки геометрической оси ротора, лежащей на пересечении этой оси с плоскостью, перпендикулярной к оси вращения и проходящей через центр масс ротора, то координаты центра масс будут:

$$x_C = x + \Delta \cdot \cos \omega t \\ y_C = y + \Delta \cdot \sin \omega t,$$

где  $\Delta$  – смещение центра масс относительно геометрического центра,  $\omega$  – частота вращения,  $t$  – время.

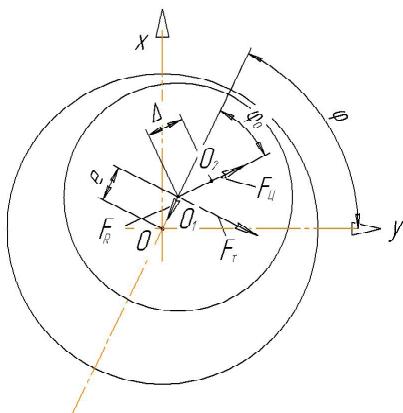
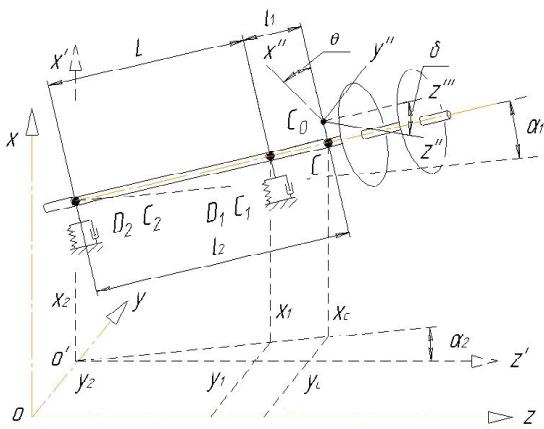


Рис. 1. Расчетная схема ротора СТ

Выразим координаты центра масс и углы через независимые координаты  $x_1, y_1, x_2, y_2$ :

$$\left. \begin{aligned} y_C &= y_1 \cdot \frac{L_2}{L} + y_2 \cdot \frac{L_1}{L} + e \cos \omega t; \\ x_C &= x_1 \cdot \frac{L_2}{L} + x_2 \cdot \frac{L_1}{L} + e \sin \omega t; \\ \alpha_2 &= \frac{y_2 - y_1}{L} + \delta \cos(\omega t - \theta); \\ \alpha_1 &= \frac{x_2 - x_1}{L} + \delta \sin(\omega t - \theta) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $\delta$  - малый угол наклона оси  $C_0Z''$  к оси вращения, а  $\theta$  - угол между осью  $C_0X''$  и направлением  $CC_\theta$ .

На основании теоремы о движении центра инерции [4] можно написать два дифференциальных уравнения:

$$m \cdot \ddot{x}_C = -C_1 x_1 - C_2 x_2 - F_{R1} \cos \varphi - F_{R2} \cos \varphi + F_{\tau_1} \sin \varphi + F_{\tau_2} \sin \varphi;$$

$$m \cdot \ddot{y}_C = -C_1 y_1 - C_2 y_2 - F_{R1} \sin \varphi - F_{R2} \sin \varphi - F_{\tau_1} \cos \varphi - F_{\tau_2} \cos \varphi,$$

где  $F_{R1}, F_{R2}, F_{\tau_1}, F_{\tau_2}$  - радиальные и тангенциальные составляющие усилия в демпферах подшипников 1-й и 2-й опор;  $C_1, C_2$  - жесткости упругих элементов демпферов 1-й и 2-й опор;  $m$  - масса ротора СТ.

Усилия в ГДД являются сложными нелинейными функциями от перемещения и определялись с учетом конвективных сил инерции смазочного слоя по методике, изложенной в работе [5]. Подставив найденные значения  $x_C$  и  $y_C$  в дифференциальные уравнения, получим:

$$\begin{aligned} m(l_1 \ddot{x}_2 + l_2 \ddot{x}_1) + C_1 x_1 L + C_2 x_2 L + F_{R1} L \cos \varphi + \\ F_{R2} L \cos \varphi - F_{\tau_1} L \sin \varphi - F_{\tau_2} L \sin \varphi = \\ = m \Delta L \omega^2 \cos \omega t; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} m(l_1 \ddot{y}_2 + l_2 \ddot{y}_1) + C_1 y_1 L + C_2 y_2 L + F_{R1} L \sin \varphi + \\ F_{R2} L \sin \varphi + F_{\tau_1} L \cos \varphi + F_{\tau_2} L \cos \varphi = \\ = m \Delta L \omega^2 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (3)$$

Переходим к составлению дифференциальных уравнений малых колебаний ротора вокруг главных центральных осей инерции. Главные моменты количества движения системы с точностью до малых величин первого порядка малости включительно будут:

$$\begin{aligned} L_x &= I_T \dot{\alpha}_1 + I_p \omega \alpha_2; \\ L_y &= I_T \dot{\alpha}_2 - I_p \omega \alpha_1; \\ L_z &= I_p \omega, \end{aligned}$$

где  $I_p$  и  $I_T$  - соответственно полярный и поперечный моменты инерции относительно центра масс ротора.

Используя теорему об изменении главного момента количества движения в относительном движении к центру инерции [4] и подставляя выражение (1) получаем:

$$\begin{aligned} I_p \omega (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + I_T (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) - C_1 x_1 l_1 L + C_2 x_2 l_2 L \\ - F_{R1} l_1 L \cos \varphi + F_{R2} l_2 L \cos \varphi - F_{\tau_1} l_1 L \sin \varphi + \\ F_{\tau_2} l_2 L \sin \varphi = (I_T - I_p) \delta L \omega^2 \cos(\omega t - \theta); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} I_p \omega (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - I_T (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + C_1 y_1 l_1 L - C_2 y_2 l_2 L \\ + F_{R1} l_1 L \sin \varphi - F_{R2} l_2 L \sin \varphi - F_{\tau_1} l_1 L \cos \varphi + \\ F_{\tau_2} l_2 L \cos \varphi = (I_p - I_T) \delta L \omega^2 \sin(\omega t - \theta). \end{aligned} \quad (5)$$

Для решения уравнений (2) – (5), которые представляют малые колебания ротора, удобно перейти к полярным координатам  $(e, \varphi)$ , которые связаны с декартовыми координатами соотношениями:

$$\begin{aligned} x_i &= e_i \cdot \cos \varphi, i = 1, 2; \\ y_i &= e_i \cdot \sin \varphi, i = 1, 2, \end{aligned} \quad (6)$$

Дифференцируя выражения (6) дважды по времени и подставляя результаты в уравнения (2) – (5), получим систему из 4-х нелинейных уравнений движения жесткого ротора с четырьмя степенями свободы на опорах с ГДД. Рассмотрим случай прямой синхронной прецессии:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{e}_2 = 0; \quad \ddot{e}_1 = \ddot{e}_2 = 0; \\ \dot{\varphi} &= \omega; \quad \ddot{\varphi} = 0; \quad \varphi = \omega t + \varphi_0, \end{aligned}$$

где  $\varphi_0$  – постоянная интегрирования, определяющая сдвиг фаз между возбуждающей силой  $F_u = M\Delta\omega^2$  и вызываемым ею перемещением вибратора  $e$ . С учетом этих допущений уравнения (2) – (5) примут вид:

$$\begin{cases} F_1^2 + F_2^2 = G^2, \\ F_3^2 + F_4^2 = A^2, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= L(C_1 e_1 + C_2 e_2 + F_{R1} + F_{R2}) - m\omega^2(l_1 e_2 + l_2 e_1); \\ F_2 &= L(F_{r1} + F_{r2}); \\ F_3 &= \omega^2(e_2 - e_1)(I_p - I_T) + L(C_2 e_2 l_2 - C_1 e_1 l_1 + F_{R2} l_2 - F_{R1} l_1); \\ F_4 &= L(F_{r2} l_2 - F_{r1} l_1); \\ F_5 &= L(C_1 e_1 l_1 - C_2 e_2 l_2 + F_{R1} l_1 - F_{R2} l_2) - \omega^2(e_2 - e_1)(I_p - I_T); \\ A &= (I_p - I_T)\omega^2 L\delta; \quad G = mL\Delta\omega^2. \end{aligned}$$

Система (7) является системой двух нелинейных трансцендентных уравнений относительно искомых амплитуд колебаний  $e_1$  и  $e_2$ . Аналитически решить ее невозможно, поэтому воспользуемся методом численного решения в среде математического пакета *MATLAB*. Составленная программа позволяет осуществлять поиск всех корней в заданном диапазоне изменения исследуемых параметров. Начальные параметры задавались из решения задачи о колебаниях жесткого ротора СТ на ГДД как материальной точки из работы [2].

### Анализ результатов

По изложенной методике были определены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) ротора СТ (рис. 1). Исходные данные для расчета:  $m = 255 \text{ кг}$ ,  $C_1 = C_2 = 10^9$ ,  $L = 0,465 \text{ м}$ ,  $l_1 = 0,036 \text{ м}$ ,  $l_2 = 0,501 \text{ м}$ ,  $I_p = 5,489 \text{ кг м}^2$ , рабочая частота вращения  $\omega_{PAB} = 860 \text{ рад/сек}$ ,  $I_T = 19,291 \text{ кг м}^2$ . Моменты инерции и масса получены по трехмерной модели ротора, остальные параметры взяты из чертежей серийной СТ.

Результаты расчетов представлены на рис. 2, а, б, где верхний рисунок (а) – это АЧХ жесткого ротора с ГДД, а нижний (б) – зависимость коэффициента передачи  $\mu$ , показывающего, во сколько раз усилие, передаваемое на корпус через демпфер, больше статической неуравновешенности ротора от безразмерной частоты вращения  $\bar{\omega} = \omega/\omega_{PAB}$ . По оси ординат для всех верхних графиков показана безразмерная амплитуда колебаний  $\varepsilon = e/\delta_0$ , где  $\delta_0$  – зазор в демпфере. Сплошной линией показаны результаты расчета для первой опоры, а штриховой линией для второй опоры. Расчет произведен без учета влияния инерции жидкости (параметр инерции  $\sigma = \omega\delta_0^2\rho/\mu_0$ , где  $\mu_0$  – динамическая вязкость жидкости,  $\rho$  – плотность жидкости) и при относительном дисбалансе  $U = \Delta\delta_0 = 0,3$ . При расчетахарьировался только параметр демпфирования

$$B = \frac{D\mu_0}{4m\omega_{PAB}} \left( \frac{L_B}{\delta_0} \right)^3,$$

где  $D$  – диаметр вибратора,  $L_B$  – длина вибратора.

Анализ рис. 2 показывает, что как на АЧХ (рис. 2, а), так и на зависимости коэффициента передачи от частоты (рис. 2, б) имеются участки, которые можно трактовать как срывы, или изломы характеристик. Эти участки появляются только при больших значениях относительного дисбаланса  $U = 0,3$  и малых значениях параметра демпфирования  $B = 0,005$ . Результаты расчетов при других значениях здесь не приведены в силу ограниченности объема статьи.

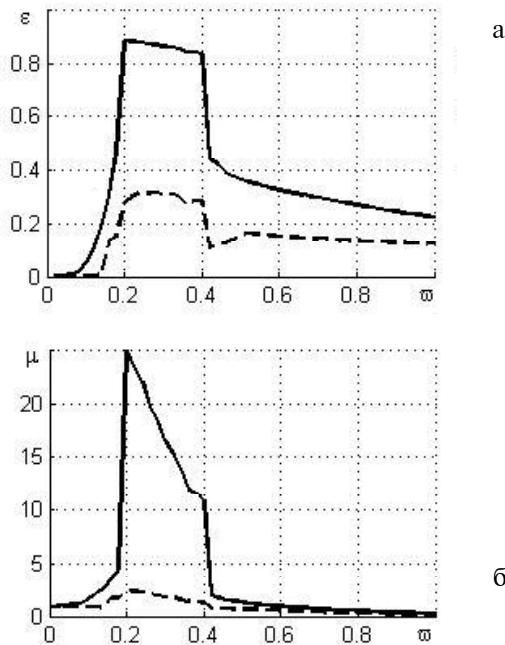


Рис. 2. Результат расчета ротора СТ для короткого ГДД при полном охвате  $\sigma = 0$ ;  $B = 0,005$ ;  $U = 0,3$

Подбором величины демпфирования можно для заданного уровня дисбаланса спроектировать ГДД, обеспечивающий требуемую величину амплитуды колебаний и коэффициента передачи.

### **Выводы**

1. Получено решения задачи вынужденных колебаний ротора СТ с ГДД в опорах с учетом нелинейности гидродинамических сил.

2. Показано, что так же, как и в одномассовом роторе, могут возникать срывные режимы работы.

3. Необходимо дальнейшее проведение многоэтапной оптимизации конструкции и параметров ГДД, что позволит успешно внедрить их в опоры СТ и в конечном счете во многом решить задачу увеличения ресурса всего ГПА.

### **Литература**

1. Новиков Д.К. Снижение вибрации двигателя НК-12СТ [Текст] / Д.К. Новиков, В.Б. Балакин, Ю.А. Клячин, С.Н. Кулагин, С.Д. Медве-

дев // Газовая промышленность.- 1998.- № 12.- С. 36– 37.

2. Моухэн. Расчет демпфирующих опор со сдавливаемой пленкой для жестких роторов [Текст]/ Моухэн, Хан // Конструирование и технология машиностроения. – 1974. - №3. - С.160-168.

3. Кельзон А.С. Динамика роторов в упругих опорах [Текст]: моногр. / А.С. Кельзон, Ю.П. Циманский, В.И.Яковлев // М.: Наука, 1982. - 280 с.

4. Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах [Текст]: учеб. пособие/ М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон// - М.: Наука, 1968. -Т. 2.-560 с.

5. Белоусов А.И. Гидродинамические демпферы опор роторов турбомашин [Текст]: учеб. пособие / А.И. Белоусов., Д.К. Новиков, В.Б. Балакин// Куйбышев. авиац. ин-т. - Самара, 1991. - 95 с.

Поступила в редакцию 01.06.2012

### **Д.К. Новіков, К.Н. Чаадаєв. Динаміка ротора ГТД з урахуванням нелінійності демпферів опор**

*Розглянуто завдання збільшення ресурсу вільної турбіни за рахунок впровадження гідродинамічних демпферів в штатну конструкцію опори. Складені диференціальні рівняння руху ротора з урахуванням його конструктивних особливостей. Гідродинамічні сили в демпфері записані в нелінійному вигляді щодо переміщень. Рішення велося в припущені прямій синхронній прецесії ротора. В результаті отримано систему двох нелінійних трансцендентних рівнянь щодо амплітуд коливань в обох опорах. Система вирішувалася чисельно засобами пакета MATLAB. Отримано, що на певних частотних режимах можуть виникати нелінійні ефекти, що виражаються в явищі зрива амплітудно-частотної характеристики. Основним фактором, що впливає на ці ефекти, є величина дисбалансу, що діє в системі, і демпфірування. Наведено результати розрахунку вимушених коливань системи і дано аналіз доцільності модернізації опор турбіни.*

**Ключові слова:** апарат газопрекачувальний, демпфер гідродинамічний, динаміка, нелінійність, оптимізація, ресурс, ротор, турбіна вільна.

### **D.K. Novikov, K.N. Chaadaev. GTE rotor dynamics with accounting for nonlinear damper supports**

*The problem of increasing the share of the power turbine due to the introduction of the hydrodynamic design of dampers in a full-time support. Made differential equations of motion of the rotor based on its design features. Hydrodynamic forces in the damper are written in the form of relatively non-linear displacements. The solution was carried out under the assumption of direct synchronous precession of the rotor. The result is a system of two nonlinear transcendental equations for the amplitudes of the oscillations in both poles. The system was solved numerically by means of MATLAB. It was found that in certain frequency regimes can arise nonlinear effects lead to the phenomenon of failure of the amplitude-frequency characteristics. The main factor influencing these effects is the magnitude of the imbalance, the current system, and damping. The results of calculation of forced vibrations of the system and analyzes the feasibility of upgrading the power turbine towers.*

**Key words:** gas compressor unit, the hydrodynamic damping, dynamic, nonlinear, optimization, resource, rotor, power turbine.