

УДК 539.1:534.1

Канд. техн. наук Ю. В. Мастиновский

Запорожский национальный технический университет, г. Запорожье

ПОДКРЕПЛЕННАЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБОЛОЧКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕЩАЮЩЕЙСЯ СИЛЫ

Действие подвижной нагрузки на подкрепленную кольцевыми ребрами цилиндрическую оболочку типа Тимошенко исследуется численно с применением метода характеристик. Метод позволяет учесть разрывы напряжений в точках приложения движущейся силы и на фронтах волны сжатия и сдвига, выявить резонансные колебания при условии совпадения скорости перемещающейся силы с одной из волновых скоростей.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, подвижная нагрузка, метод характеристик.

Введение

Большинство конструкций оболочного типа, используемых в технике, по соображениям экономии веса создаются существенно неоднородными и анизотропными. Например, цилиндрические оболочки представляющие собой всевозможные корпуса подводных и летательных аппаратов, имеют, как правило, подкрепления в виде продольных и окружных ребер жесткости. В процессе эксплуатации такие конструкции могут испытывать, наряду со статическими усилиями, быстро изменяющиеся нагрузки. Поведение конструкций при действии таких нагрузок обладает рядом особенностей, поэтому создание математических моделей, методик расчета и исследование поведения оболочных конструкций при различных динамических воздействиях является весьма актуальным для инженерной практики.

Постановка задачи

В данной работе решается задача о действии подвижной радиальной нагрузки на цилиндрическую оболочку подкрепленную кольцевыми ребрами. При малых прогибах и при отсутствии осевой силы уравнения движения такой оболочки с использованием модели теории оболочек типа Тимошенко [1, 2] в безразмерном виде записывается так:

$$\frac{\partial^2 F_i}{\partial x^2} - \frac{1}{c_i^2} \frac{\partial^2 F_i}{\partial t^2} = R_i; \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где $F_1 = W$, $F_2 = \varphi$; $R_1 = a_1 W - a_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} - a_3 P(x, t)$,

$$R_2 = b_1 \cdot \frac{\partial W}{\partial x} + b_2 \varphi. \quad (2)$$

В равенствах (1), (2) коэффициенты, включающие в себя геометрические и физические параметры, обозначены так:

$$c_1^2 = \frac{G}{E_1} \frac{h}{h_1} \alpha, \quad \alpha = 1 - \nu_1 \nu_2; \quad c_2^2 = \left(\frac{h}{h_1} \right)^3;$$

$$a_1 = \frac{E_2}{G} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha h} \right); \quad a_2 = \frac{R}{h}; \quad a_3 = a_2^2 \frac{E_1}{G};$$

$$b_1 = 12 a_2 \alpha \frac{G}{E_1}; \quad b_2 = 12 a_2^2 \alpha \frac{G}{E_1}; \quad h_1 = h \left(1 + \frac{F}{hd} \right), \quad (3)$$

R, h, F, d – соответственно радиус, толщина оболочки, площадь поперечного сечения ребра и расстояние между ребрами; E_1, E_2, G – модули Юнга и сдвига; ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона.

Кольцевую нагрузку $P(x, t)$, движущуюся с постоянной скоростью c , представим в виде:

$$P(x, t) = p \delta(x - \beta t), \quad (4)$$

где p – интенсивность приложенной нагрузки; $\delta(x - \beta t)$ – функция Дирака; безразмерные пара-

метры $\bar{x} = \frac{x}{R}$, $\bar{t} = \frac{c_p \tau}{R}$ (\bar{x}, \bar{t} – безразмерная координата и время); $\beta = \frac{c}{c_p}$ ($c_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость волн сжатия в пластине).

Для гладкой изотропной оболочки в уравнениях (1)–(3) полагаем: $h = h_1$, $\nu_1 = \nu_2 = \nu$, $E_1 = E_2 = E$, $d = \infty$.

Выражение (3) принимает вид:

$$c_1^2 = \frac{c_s^2}{c_p^2} = \frac{G\alpha}{E} = (1-\nu)/2 \quad (c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \text{ – скорость сдвига в стержне});$$

$$\alpha = 1 - \nu^2; \quad c_2^2 = 1; \quad a_1 = \frac{E}{G\alpha} = \frac{1}{c_1^2}; \quad a_2 = \frac{R}{h};$$

$$a_3 = \frac{a_2^2 \alpha}{c_1^2} = 2 a_2^2 (1 + \nu); \quad b_1 = 12 a_2 c_1^2; \quad b_2 = b_1 a_2. \quad (5)$$

Вдоль характеристик $\frac{dx}{dt} = \pm c_i$ системы уравнений (1) и (2) выполняются соотношения [3]:

$$d\left(\frac{\partial F_i}{\partial t}\right) \mp c_i d\left(\frac{\partial F_i}{\partial x}\right) \pm c_i R_i dx = 0. \quad (6)$$

Кроме того, для непрерывных F_i :

$$dF_i = \frac{\partial F_i}{\partial x} dx + \frac{\partial F_i}{\partial t} dt = (\pm c_i \frac{\partial F_i}{\partial x} + \frac{\partial F_i}{\partial t}) dt, \quad i = 1, 2, \quad (7)$$

вдоль любого направления. В тех областях плоскости $x-t$, в которых F_i непрерывны, соотношения (6), (7) представляют собой систему шести уравнений и используются в численном методе для нахождения шести переменных F_i , $\frac{\partial F_i}{\partial x}$,

$\frac{\partial F_i}{\partial t}$, если заданы соответствующие начальные и граничные условия. Для полубесконечной оболочки начальные и граничные условия принимаются в виде:

$$F_i = \frac{\partial F_i}{\partial x} = \frac{\partial F_i}{\partial t} = 0 \quad \text{при } t = 0, x > 0;$$

угловая скорость $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$ и сдвиг

$$Q = \frac{\partial W}{\partial x} + a_2 \varphi = 0 \quad \text{при } t > 0, x = 0. \quad (8)$$

Кроме линии $x = \beta \cdot t$, вдоль которой движется сила, линиями разрыва в плоскости $x-t$ могут быть также характеристики $x = c_i t$, вдоль которых распространяются фронты волн сжатия и сдвига. С подробностями нахождения условий на разрывах и проведения числовых расчетов можно ознакомиться в работах [2, 3].

Численные примеры и обсуждения

1. Для гладкой изотропной оболочки решение системы уравнений (1), (2) с коэффициентами (5) при $\beta \neq c_i$ для устранения разрыва в месте приложения движущейся силы необходимо разделить решение на две части: при $P \neq 0$ и при $P = 0$. Если $\beta = c_i$ ($i = 1$ или $i = 2$), то точка приложения силы движется вдоль одной из характеристик $x = c_i t$. Рассматривается только область $0 < x < t$, так как при $x > t$ возмущения отсутствуют. В этом случае характеристика, вдоль которой движется сила, имеет особенность типа δ -функции. Напряжение и скорость вблизи точ-

ки приложения движущейся силы неограниченно растут со временем. На рис. 1 показаны графики распределения безразмерных скоростей $\frac{\partial W}{\partial t}$

при $t = 15,2$ и $\beta = 1$ (пунктирная линия), $\beta = 1,366$ (сплошная линия). Размерные скорости: $c_s = 2950$ м/с, $c_p = 5130$ м/с. При $c > c_p$, $c = 7010$ м/с. На рис. 1 прямая линия I показывает положение фронта волны сдвига, II – фронта волны сжатия и положение движущейся силы при $\beta = 1$, и III – положение движущейся силы при $\beta = 1,366$.

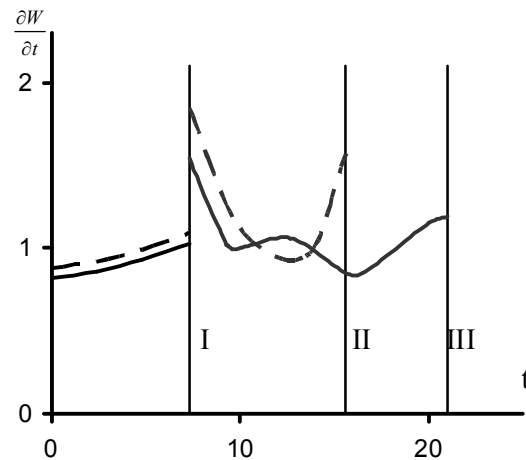


Рис. 1. Распределение $\frac{\partial W}{\partial t}$ при $t = 15,2$

2. В частном случае, для оболочки (1)–(3) при $h_1 = R$; $v_1 = v_2 = v$; $E_1 = E_2 = E$, полагая $\left(\frac{h}{R}\right)^3 = 0$ ($h \ll R$), получим $c_2^2 = 0$.

В этом случае элемент подкрепленной оболочки можно рассматривать как оболочку конечной длины $l = d$ с жесткими днищами и на границах $F_i = 0$ при $x = 0$, $x = l$.

3. Для проведения численных исследований рассмотренный метод позволяет легко найти разрывы на фронтах волн, а изменения граничных условий и вида нагрузки не требуют изменения всей расчетной схемы, в отличие от решения с помощью интегрального преобразования [4], требующего вводить новую систему интегралов обратного преобразования.

Проведенные расчеты показали, что форма волнообразования существенно зависит от величины скорости движения нагрузки, а также от геометрических и механических параметров подкреплений.

Список литературы

1. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластин и оболочек / Вольмир А. С. — М. : Наука, 1972. — 432 с.
2. Сагомоян А. Я. Волны напряжений в сплошных средах. Учебное пособие / Сагомоян А. Я. — М. : Изд-во Моск. ун-та, 1985. — 416 с.
3. Мастиновский Ю. В. Распространение упругих неосесимметричных волн в оболочке с
4. заполнителем, вызванных краевой радиальной нагрузкой / Ю. В. Мастиновский, Ю. Н. Нагорный // К. : Прикладная механика. — Т. 20, № 27. — 1984. — С. 104–107.
4. Перцев А. К. Динамика оболочек и пластин : (не стационарные задачи / А. К. Перцев, Э. Г. Платонов. — Л. : Судостроение, 1987. — 316 с.

Поступила в редакцию 27.04.2015

Мастиновський Ю.В. Підкрплена циліндрична оболонка під дією пересувної сили

Для пересувного навантаження на підкрплену кінцевими ребрами циліндричну оболонку типу Тимошенка досліджується чисельно з використанням методу характеристик. Метод дозволяє врахувати розриви напружень та деформацій у точках прикладення рухомої сили і на фронтах хвиль стиснення та зсуву, виявляти резонансні коливання за умови збігу швидкості переміщення сили з однією із хвильових швидкостей.

Ключові слова: *циліндрична оболонка, пересувне навантаження, метод характеристик.*

Mastinovsky Yu. Supported cylindrical shell under traveling force

Traveling load effect on Timoshenko cylindrical shell supported by stiffening rings is numerically calculated by method of characteristics. This method takes into account stress and deformity discontinuity at traveling force application point and at compression and shift wave fronts, reveals resonance oscillation given force traveling velocity coincides with one of the wave velocities.

Key words: *cylindrical shell, traveling load, characteristics method.*