

УДК 621.432.3

Канд. техн. наук В. И. Назин

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков

ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ ПИТАНИЯ НА СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИАЛЬНО-УПОРНОГО ГИДРОСТАТОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДШИПНИКА СДВОЕННОГО ТИПА

Приведены математические зависимости для определения несущей способности, расхода рабочей жидкости и потерь жидкости на трение в радиально-упорном гидростатодинамическом подшипнике сдвоенного типа. Применены наиболее распространенные и эффективные численные методы для решения основных уравнений, описывающих работу подшипника. Получены расчетным способом основные статические характеристики рассматриваемого подшипника и выполнен анализ этих характеристик при различных значениях давления питания рабочей жидкости. Сделаны выводы по полученным результатам расчета.

Ключевые слова: радиально-упорный подшипник, несущая способность, расход рабочей жидкости, потери на трение, статические характеристики, математические зависимости, давление питания, численные методы.

Введение

Гидростатодинамические подшипники применяются в тех случаях, когда есть возможность подвести к ним рабочую жидкость под большим давлением. Нагрузки, действующие на подшипники в современных машинах, могут быть как радиальными, так и осевыми. Наиболее часто эти нагрузки действуют совместно. Даже если осевые нагрузки отсутствуют, необходимо обеспечивать осевую фиксацию ротора в корпусе. Поэтому, в любой машине для опор роторов, возникает необходимость применения радиально-упорных подшипников и исследования характеристик таких подшипников являются актуальными.

Теоретические зависимости

В данной работе теория радиально-упорного гидростатодинамического подшипника приведена в статической постановке. В основе определения несущей способности, расхода рабочей жидкости и потерь на трение лежит функция распределения давления в слое рабочей жидкости.

Определение этой функции связано с совместным решением уравнений Рейнольдса и баланса расходов рабочей жидкости.

Запишем баланс расходов из условия равенства расходов по контуру i -й камеры и расхода через входные компенсирующие устройства для наружной конической и внутренней цилиндрической рабочих поверхностей подшипника, схема которого приведена в работе [1]:

$$Q_{вх1} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4, \quad (1)$$

$$Q_{вх2} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} + Q_{14}, \quad (2)$$

где $Q_{вх1}$ и $Q_{вх2}$ – расходы через входные компенсирующие устройства, соответственно для камер на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника. Для жиклеров эти расходы записываются в следующем виде:

$$Q_{вх1} = \psi_{вх} \pi r_{ж1}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх} - P_{k1,i})}, \quad (3)$$

$$Q_{вх2} = \psi_{вх} \pi r_{ж2}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх} - P_{k2,i})}, \quad (4)$$

где $\psi_{вх}$ – коэффициент входа, равный $0,62 \div 0,82$;

$r_{ж1}$ и $r_{ж2}$ – радиусы жиклеров, установленных на входе в камеры;

ρ – плотность рабочей жидкости;

$P_{вх}$ – давление питания от насоса на входе в камеры перед жиклером;

$P_{k1,i}$ и $P_{k2,i}$ – давления в камерах, расположенных на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника.

Расходы по контуру i -й камеры с учетом переносного и градиентного течения рабочей жидкости для наружной и внутренней рабочих поверхностей подшипника запишем в следующем виде:

$$Q_1 = \frac{-\omega h_{1,i} (R_{\text{кам}2}^2 - R_{\text{кам}1}^2)}{4 \sin \alpha} + \frac{h_{1,i}^3 (P_{k1,i} - P_{k1,i-1}) l_{k1} \sin \alpha}{6 \mu k_{x11} (R_{\text{кам}2} - R_{\text{кам}1}) \Delta \varphi_{\text{пер}} (N_{\text{пер}} - 1)},$$

$$Q_2 = \frac{\omega h_{1,i+2} (R_{\text{кам}2}^2 - R_{\text{кам}1}^2)}{4 \sin \alpha} + \frac{h_{1,i+2}^3 (P_{k1,i} - P_{k1,i-1}) l_{k1} \sin \alpha}{6 \mu k_{x12} (R_{\text{кам}1} + R_{\text{кам}2}) \Delta \varphi_{\text{пер}} (N_{\text{пер}} - 1)},$$

$$Q_3 = \frac{h_{1,i+1}^3 (P_{k1,i} - P_{\text{сл}}) R_{\text{кам}1} \Delta \varphi_{\text{кам}}}{12 \mu l_{\text{ПК}} \sin \alpha k_{z1}},$$

$$Q_4 = \frac{h_{1,i+1}^3 (P_{k1,i} - P_{\text{сл}}) R_{\text{кам}2} \Delta \varphi_{\text{кам}}}{12 \mu l_{\text{ПК}} \sin \alpha k_{z1}},$$

$$Q_{11} = \frac{-\omega R_B h_{2,i} l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i}^3 (P_{k2,i} - P_{k2,i-1}) l_{k2}}{12 \mu k_{x21} l_{\text{mk}2}},$$

$$Q_{12} = \frac{\omega R_B h_{2,i+2} l_{k2}}{2} + \frac{h_{2,i+2}^3 (P_{k2,i} - P_{k2,i+1}) l_{k2}}{12 \mu k_{x22} l_{\text{mk}2}},$$

$$Q_{13} = Q_{14} = \frac{h_{2,i+1}^3 (P_{k2,i} - P_{\text{сл}}) b_{k2}}{12 \mu l_{z2} l_{\text{П}2}},$$

где α – угол, образующей конуса наружной поверхности подшипника;

$R_{\text{кам}1}$ и $R_{\text{кам}2}$ – радиусы подшипника в начале камеры и в ее конце;

$\Delta \varphi_{\text{пер}}$ – угловой шаг сетки на перемычках между камерами;

$N_{\text{пер}}$ – число узлов сетки на межкамерной перемычке в окружном направлении;

$\Delta \varphi_{\text{кам}}$ – угловой размер камеры в окружном направлении;

$h_{1,i}$ и $h_{2,i}$ – зазоры в подшипнике, соответственно на наружной и внутренней рабочих поверхностях;

μ – динамическая вязкость рабочей жидкости;

ω – угловая скорость вращения вала с диском;

R_B – радиус внутренней рабочей поверхности подшипника;

l_{k1} , l_{k2} – длины камер наружной конической

и внутренней цилиндрической поверхностей подшипника;

$l_{\text{mk}1}$ и $l_{\text{mk}2}$ – длины межкамерных перемычек, соответственно на наружной и внутренней рабочих поверхностях;

$l_{\text{П}1}$ и $l_{\text{П}2}$ – длины торцевых перемычек на наружной и внутренней рабочих поверхностях;

$P_{\text{сл}}$ – давление рабочей жидкости на сливе из подшипника;

k_{x11} , k_{x12} , k_{x21} , k_{x22} , k_{z1} , k_{z2} – коэффициенты турбулентности.

Из уравнений баланса расходов (1) и (2) после подстановки выражений для расходов, получаем зависимости для определения давлений в камерах приспособленные для численных расчетов:

$$(P_{k1,i})_{n+1} = a_{10,i} \sqrt{P_{\text{вх}} - (P_{k1,i})_n} - a_{12,i} (P_{k1,i-1})_n - a_{13,i} (P_{k1,i+1})_n - a_{11,i}, \quad (5)$$

$$(P_{k2,i})_{n+1} = b_{9,i} \sqrt{P_{\text{вх}} - (P_{k2,i})_n} - b_{11,i} (P_{k2,i-1})_n - b_{12,i} (P_{k2,i+1})_n - a_{10,i}. \quad (6)$$

Коэффициенты $a_{10,i}$; $a_{11,i}$; $a_{12,i}$; $a_{13,i}$; $b_{9,i}$; $b_{10,i}$; $b_{11,i}$; $b_{12,i}$ в процессе итерации остаются постоянными.

Записанные выражения (5) и (6) представляют реализацию обычного итерационного метода итераций. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока предыдущее и последующее значения давлений в камерах будут меньше заданной точности решения ε_1 , т. е.

$$(P_{k1,i})_{n+1} - (P_{k1,i})_n \leq \varepsilon_1,$$

$$(P_{k2,i})_{n+1} - (P_{k2,i})_n \leq \varepsilon_1.$$

Для определения функции изменения давления на межкамерных перемычках запишем уравнения Рейнольдса для наружной и внутренней частей подшипника:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h_1^3}{K_{x1}} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{h_1^3}{K_{z1}} \frac{\partial P_1}{\partial z_1} \right) = \frac{6\mu \partial(U_1 h_1)}{\partial x_1} + \rho \omega^2 R_{\text{cp}} \sin \alpha \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{h_1^3}{K_{z1}} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h_2^3}{K_{x2}} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial z_2} \left(\frac{h_2^3}{K_{z2}} \frac{\partial P_2}{\partial z_2} \right) = \frac{6\mu \partial(U_2 h_2)}{\partial x_2}, \quad (8)$$

где x_1, z_1 и x_2, z_2 – оси координат;

P_1 и P_2 – давления на наружной и внутренней рабочих поверхностях подшипника;

μ – динамическая вязкость рабочей жидкости;

ρ – плотность рабочей жидкости

k_{x1}, k_{z1} и k_{x2}, k_{z2} – коэффициенты турбулентности течения рабочей жидкости;

$R_{cp} = \frac{R_{кам1} + R_{кам2}}{2}$ – средний радиус наружной конической поверхности подшипника;

h_1 и h_2 – текущие зазоры в наружной и внутренней частях подшипника;

U_1 и U_2 – окружные скорости наружной и внутренней рабочих поверхностей диска. В уравнении Рейнольдса (7), записанном для наружной конической поверхности подшипника, введено

слагаемое $\rho\omega^2 R_{cp} \text{Sin}\alpha \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{h_1^3}{k_{z1}} \right)$, учитывающее

влияние центробежных сил инерции, как это делается в работе [2].

Для решения уравнений Рейнольдса (7) и (8) применим метод конечных разностей в сочетании с методом продольно-поперечной прогонки. При записи уравнений (7) и (8) в конечно-разностном виде поверхности между камерами наружной и внутренней частей подшипника покроем сетками с шагами $\Delta x_1, \Delta z_1$ и $\Delta x_2, \Delta z_2$ и частные производные запишем в конечно-разностном виде, используя пятиточечный шаблон.

Для наружной конической части подшипника конечно-разностная запись уравнения Рейнольдса будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h_1^3}{k_{x1}} \frac{\partial P_1}{\partial x_1} \right) &= \frac{h_{1,i}^3 (P_{1,i+1} - 2P_{1,i,j} + P_{1,i-1,j})}{k_{x1,i} \Delta x_{1,j}^2} + \\ &+ \frac{3h_{1,i}^2 (h_{1,i+1} - h_{1,i-1}) (P_{1,i+1,j} - P_{1,i-1,j})}{k_{x1,i} 4\Delta x_{1,j}^2} - \\ &- \frac{h_{1,i}^2 (k_{x1,i+1} - k_{x1,i-1}) (P_{1,i+1} - P_{1,i-1})}{k_{x1,i}^2 4\Delta x_{1,j}^2}, \\ \frac{\partial}{\partial z_1} \left(\frac{h_1^3}{k_{z1}} \frac{\partial P_1}{\partial z_1} \right) &= \frac{h_{1,i}^3 (P_{1,i,j+1} - 2P_{1,i,j} + P_{1,i,j-1})}{k_{z1,i} \Delta z_{1,j}^2} - \\ &- \frac{h_{1,i}^3 (k_{z1,j+1} - k_{z1,j-1}) (P_{1,i,j+1} - P_{1,i,j-1})}{k_{z1,i} 4\Delta z_{1,j}^2}, \end{aligned}$$

где $i = 1, 2, \dots, N_1$; $j = 1, 2, \dots, N_2$;

N_1 и N_2 – число узлов сетки, соответственно в направлениях i и j .

Запишем для внутренней части подшипника (цилиндрической) уравнение Рейнольдса в виде конечных разностей.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h_2^3}{k_{x2}} \frac{\partial P_2}{\partial x_2} \right) &= \frac{h_{2,i}^3 (P_{2,i+1,j} - 2P_{2,i,j} + P_{2,i-1,j})}{k_{x2} \Delta x_2^2} + \\ &+ \frac{3h_{2,i}^2 (h_{2,i+1} - h_{2,i-1}) (P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{k_{x2,i} 4\Delta x_{2i}^2} - \\ &- \frac{h_{2,i}^3 (k_{x2,i+1} - k_{x2,i-1}) (P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{k_{x2}^2 4\Delta x_2^2}, \\ \frac{\partial}{\partial z_2} \left(\frac{h_2^3}{k_{z2}} \frac{\partial P_2}{\partial z_2} \right) &= \frac{h_{2,i}^3 (P_{2,i,j+1} - 2P_{2,i,j} + P_{2,i,j-1})}{k_{z2,i} \Delta z_2^2}, \\ F_{2,i} &= \frac{6\mu U_{2i} (h_{2,i+1} - h_{2,i-1})}{2\Delta z_2} + \frac{6\mu h_{2i} (U_{2,i+1} - U_{2,i-1})}{2\Delta x_2}. \end{aligned}$$

Записанные в неявном виде разностные схемы уравнений Рейнольдса приводят к необходимости решать системы алгебраических уравнений. Решать такие системы позволяет известный метод продольно-поперечной прогонки.

Решение задачи в методе прогонки ищется в виде:

$$P_i = \alpha_i P_{i+1} + \beta_i, \quad (9)$$

где $i = 2, 3, \dots, N-1$ – номера узлов сетки;

α_i и β_i – коэффициенты прогонки.

Задаваясь начальными значениями давлений в узлах сетки, методом продольно-поперечной прогонки определяем значения давлений в узлах сетки на следующем шаге. Итерационный процесс продолжается до получения заданной точности $(P_{i,j})_{n+1} - (P_{i,j})_n \leq \varepsilon_2$, где ε_2 – точность определения давлений на межкамерных перемычках.

Зная давления в камерах и узлах межкамерных перемычек, можно определить грузоподъемность подшипника. Она определяется как сумма грузоподъемностей наружной конической и внутренней цилиндрической его рабочих поверхностей, а также сумма грузоподъемностей отдельных участков каждой из рабочих поверхностей подшипника

$$i_{\Sigma} = i_H + i_B, \quad (10)$$

где i_H – грузоподъемность наружной конической части подшипника;

i_B – грузоподъемность внутренней цилиндрической части подшипника.

Суммарную осевую грузоподъемность определяем как разницу осевых грузоподъемностей левой и правой конических рабочих поверхностей наружной части подшипника:

$$i_{осев} = i_{ос.лев} + i_{ос.прав}, \quad (11)$$

где $i_{ос.лев}$ – осевая грузоподъемность левой конической части подшипника;

$i_{ос.прав}$ – осевая грузоподъемность правой конической части подшипника.

Зная давления в камерах можно определить расход рабочей жидкости через подшипник:

$$Q_{\Sigma} = Q_{наруж} + Q_{внутр}, \quad (12)$$

где $Q_{наруж} = 2V_{вх} \pi r_{ж2}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \sum_{i=1}^k P_{вх} - P_{k1,i}}$ – расход

рабочей жидкости через камеры, расположенные на наружной конической рабочей поверхности подшипника;

k – число камер в подшипнике на его половине наружной рабочей поверхности;

$$Q_{внутр} = 2V_{вх} \pi r_{ж2}^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} \sum_{i=1}^m P_{вх} - P_{k2,i}}$$
 – расход

рабочей жидкости через камеры, расположенные на внутренней рабочей поверхности подшипника;

m – число камер на половине внутренней рабочей поверхности подшипника.

Потери мощности на трение определяем по известной зависимости [3]:

$$N_{тр} = \omega R \iint_S \tau dS, \quad (13)$$

где τ – функция распределения касательных напряжений в слое рабочей жидкости;

S – площадь поверхности трения;

R – радиус поверхности трения.

Потери мощности на трение для левой и правой конической наружной части подшипника, полученные на основе формулы (13) будут иметь следующий вид:

$$N_{тр.лев} = \mu \omega R_{срD1} L_{\Pi} \Delta x_{i,j} \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{U_{1,i} k(Re)_{л1}}{h_{1,л1}} + \frac{\omega R_{срD1} \Delta z}{2} \lambda_{2,i} \sum_{j=1}^{N_2} N_{1,j},$$

$$N_{тр.прав} = \mu \omega R_{срD1} L_{\Pi} \Delta x_{i,j} \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{U_{1,i} k(Re)_{п1}}{h_{1,п1}} + \frac{\omega R_{срD1} \Delta z}{2} \lambda_{2,j} \sum_{j=1}^{N_2} N_{1,j},$$

$$\text{где } N_{1,j} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{h_{1,л1} (P_{1,i+1,j} - P_{1,i-1,j})}{2},$$

$$N_{2,j} = \lambda_{1,i} \sum_{i=1}^{N_1} \frac{h_{1,п1} (P_{1,i+1,j} - P_{1,i-1,j})}{2},$$

N_1 и N_2 – число узлов сетки, соответственно в окружном и осевом направлениях.

Запишем выражение для определения потерь мощности на трение для внутренней цилиндрической части подшипника:

$$N_{тр.в} = \mu \omega R_{D2} L_{\Pi} \Delta x_{2i} \lambda_{3i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{U_{2,i} k(Re)_{вн}}{h_{2,i}} + \frac{\omega R_{D2} \Delta z}{2} \lambda_{4,j} \sum_{j=1}^{N_4} N_{3,j},$$

$$\text{где } N_{3,j} = \lambda_{3,i} \sum_{i=1}^{N_3} \frac{h_{2,i} (P_{2,i+1,j} - P_{2,i-1,j})}{2},$$

N_3 и N_4 – число узлов сетки в окружном и осевом направлениях для внутренней части подшипника.

Результаты расчета

На основании изложенной теории были рассчитаны грузоподъемность, расход рабочей жидкости и потери мощности на трение для радиально-упорного гидростатодинамического подшипника сдвоенного типа при различных значениях давления питания. Результаты расчета приведены на рис. 1–4.

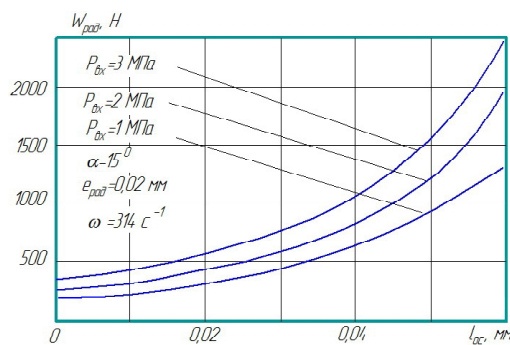


Рис. 1. Зависимость радиальной грузоподъемности сдвоенного радиально-упорного гидростатодинамического подшипника от осевого эксцентриситета при различных давлениях питания $P_{вх}$

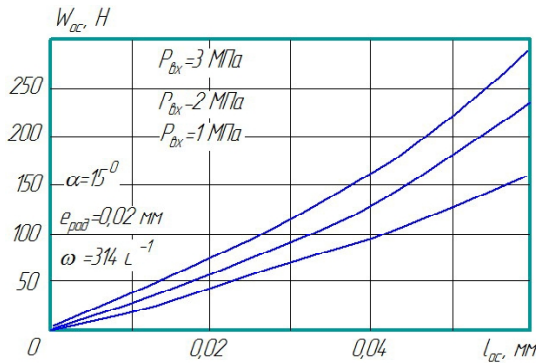


Рис. 2. Зависимость осевой грузоподъемности сдвоенно-го радиально-упорного гидростатодинамического подшипника от осевого эксцентриситета при различных давлениях питания $P_{вх}$

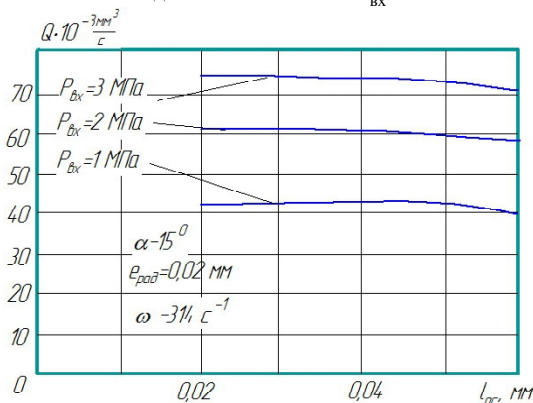


Рис. 3. Зависимость расхода рабочей жидкости в сдвоенном радиально-упорном гидростатодинамическом подшипнике от осевого эксцентриситета при различных давлениях питания $P_{вх}$

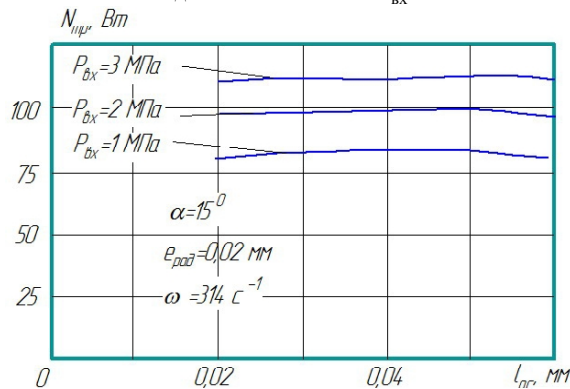


Рис. 4. Зависимость потерь мощности на трение в сдвоенном радиально-упорном гидростатодинамическом подшипнике от осевого эксцентриситета при различных давлениях питания $P_{вх}$

Рассчитываемый подшипник имел следующие основные размеры:

1. Средний диаметр наружной конической части подшипника $D_{1cp} = 120$ мм.
2. Минимальный диаметр наружной конической части подшипника $D_{1н} = 116,65$ мм.
3. Максимальный диаметр наружной конической части подшипника $D_{1к} = 123,35$ мм.

4. Диаметр внутренней цилиндрической поверхности подшипника $D_2 = 100$ мм.

5. Радиальный зазор в наружной и внутренней частях подшипника $\delta_{01} = \delta_{02} = 0,07$ мм.

6. Диаметр жиклеров $d_{ж1} = d_{ж2} = 2$ мм.

7. Длина подшипника $L = 50$ мм.

8. Рабочая жидкость – вода при температуре $t = 47$ °С.

При изменении осевого эксцентриситета от $e_{oc} = 0$ до $e_{oc} = 0,06$ мм радиальная грузоподъемность (см. рис. 1) имеет существенно нелинейный характер особенно при больших давлениях питания. На осевом эксцентрисите $l_{oc} = 0,06$ мм при увеличении давления питания от $P_{вх} = 1$ МПа до $P_{вх} = 3$ МПа радиальная грузоподъемность подшипника возрастает примерно в 2 раза.

Зависимость осевой грузоподъемности подшипника W_{oc} (см. рис. 2) при изменении осевого эксцентриситета и давления питания рабочей жидкости также имеет нелинейный характер. На осевом эксцентрисите $e_{oc} = 0,06$ мм при увеличении давления питания от $P_{вх} = 1$ МПа до $P_{вх} = 3$ МПа она возрастает примерно в 1,84 раза.

Расход рабочей жидкости с увеличением давления питания при всех исследуемых значениях осевого эксцентриситета существенно возрастает (см. рис. 3).

Потери мощности на трение (см. рис. 4) при всех исследуемых значениях осевого эксцентриситета с увеличением давления питания рабочей жидкости возрастает.

Следует отметить, что зависимость потерь мощности на трение от осевого эксцентриситета незначительна (см. рис. 4).

Полученные результаты позволяют рациональнее выбирать давление питания рабочей жидкости и осевой эксцентриситет при проектировании радиально-упорных подшипников сдвоенного типа.

Список литературы

1. Назин В. И. Математическая модель сдвоенного радиально-упорного гидростатического подшипника / В. И. Назин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 9/106. – С. 127–133.
2. Токарь И. Я. Проектирование и расчет опор трения : моногр. / И. Я. Токарь. – М. : Машиностроение, 1972. – 167 с.
3. Богданов О.И. Расчет опор скольжения : справ. /О. И. Богданов, С. К. Дьяченко. – К. : Техника, 1966. – 262 с.

Поступила в редакцию 13.03.2015

Назін В.І. Вплив тиску робочої рідини на статичні характеристики радіально-упорних гідростатодинамічних підшипників здвоєнного типу

Наведено математичні рівняння для визначення несучої здатності, витрати робочої рідини і втрат рідини на тертя в радіально-упорному гідростатодинамічному підшипнику здвоєного типу. Застосовані найбільш поширені та ефективні чисельні методи для вирішення основних рівнянь, що описують роботу підшипника. Отримано розрахунковим способом основні статичні характеристики розглянутого підшипника і виконаний аналіз цих характеристик при різних значеннях тиску робочої рідини. Зроблені висновки за отриманими результатами розрахунків.

Ключові слова: радіально-упорний підшипник, несуча здатність, витрата робочої рідини, втрати на тертя, статичні характеристики, математичні рівняння, тиск робочої рідини, чисельні методи.

Nazin V. Effect of pressure on power static characteristics of angular contact humdistat dynamic bearing type double

Mathematical formulas for determining the carrying capacity of the working fluid flow and fluid loss due to friction in the angular contact bearing gidrostatodinamicheskikh double type. Applied to the most common and efficient numerical methods for the solution of the basic equations describing the operation of the bearing. Obtained by calculation basic static characteristics of this bearing and the analysis of these characteristics at different values of the supply pressure of the working fluid. The conclusions on the result of the calculation.

Key words: angular contact ball bearing, bearing capacity, flow rate of the working fluid, friction loss, static characteristics, mathematical relationships, supply pressure, numerical methods.