УДК 006.91-389.14

Д-р техн. наук В. У. Ігнаткін

Дніпродзержинський державний технічний університет, м. Дніпродзержинськ

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ МЕТРОЛОГІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

Отримано аналітичні вирази для коефіцієнта готовності, технічного використання, достовірності засобів вимірювальної техніки (ЗВТ), часу міжремонтного інтервалу, номера останньої повірки, що потрапляє в міжремонтний інтервал, - як функцій параметрів системи метрологічного обслуговування (СМО) ЗВТ та характеристик ЗВТ для довільного закону розподілу відмов ЗВТ.

Ключові слова: *моделювання, метрологічне обслуговування, модель масового обслуговування, модель станів засобів вимірювань.*

Постановка задачі

Серед множини методів моделювання, моделі мереж масового обслуговуванні займають проміжне положення між розрахунковими моделями об'ємного балансу й імітаційних моделей. При грамотному їх використанні можна досягнути добрих результатів при незначних трудовитратах. Тому розглянемо модель метрологічного обслуговування засобів вимірювань (ММО ЗВ) з використанням методу мереж масового обслуговування.

Тут варто зробити ряд зауважень щодо цілей моделювання СМО ЗВ. Цих цілей може бути, принаймні, дві: а) моделювання СМО ЗВ для визначення її характеристик або у рамках того підприємства, на якому вона організована (замкнута СМО ЗВ), або як самостійної одиниці (розімкнута СМО ЗВ); б) моделювання СМО ЗВ для підприємства, яке використовує ЗВ, щоб виявити надійнісні характеристики ЗВ та їхній вплив на кінцевий результат підприємства й ефективність його функціонування. З погляду споживача ЗВ доцільною постановкою завдання моделювання є другий підхід.

Оскільки основним об'єктом СМО ЗВ є саме ЗВ, покажемо основні стани, в яких воно може перебувати. Зупинимося на моделі, що має п'ять станів ЗВ:

1 – ЗВ працездатний і застосовується за призначенням;

2 – ЗВ непрацездатний, але застосовується за призначенням (схована відмова);

3 – ЗВ працездатний і перевіряється;

4 – ЗВ непрацездатний і перевіряється;

5 – ЗВ в ремонті.

Для конкретного ЗВ ці події утворять повну групу: вони є взаємовиключними, і ймовірність знайти ЗВ, хоча б в одному з них, дорівнює 1 (інших станів для ЗВ не існує).

Перехід із стану 1 у стан 2 характеризується виникненням у ЗВ схованої відмови.

Переходи 1-3 і 2-4 здійснюються планово, за графіком проведення періодичних перевірок з періодом $T_n = T_{мпп} + \tau_n$, де $T_{мпп}$ – проміжний інтервал; τ_n – тривалість перевірки. На рис. 1: $T_{мр}$ – математичне очікування міжремонтного інтервалу; $T_ц$ – математичне очікування циклу ЗВ між двома послідовними ремонтами; $\tau_{очік}$ – математичне очікування часу відновлення ЗВ в черзі на ремонт; τ_n – математичне очікування часу відновлення ЗВ в черзі на ремонт; $\tau_в = \tau_{очік.} + \tau_р$ – математичне очікування часу відновлення ЗВ в ремонті; N_n – математичне очікування номера останньої перевірки, що починається до закінчення інтервалу $T_{мр}$; t' – математичне очікування інтервалу часу від моменту завершення останньої перевірки до закінчення інтервалу ; K – номер перевірки від початку циклу ЗВ.

Перехід 3–4 аналогічний переходу 1–2. Перехід 3–4 здійснюється наприкінці перевірки за умови, що не було прийнято помилкове рішення про наявність у ЗВ схованої відмови. У противному випадку спостерігається перехід 3–5. Аналогічно перехід 4–2 здійснюється, якщо через помилку (пропуску відмови) користувачеві повертається ЗВ зі схованою відмовою, у противному випадку – перехід 4–5 – прийнято вірне рішення.

Крім цього, можуть відбуватися переходи 1–5, 2–5, 3–5, 4–5, якщо в ЗВ виникає явна відмова. Явна відмова – це, як правило, раптова відмова, появу якої може встановити сам користувач ЗВ.

Перехід 5–3 – ідеальне відновлення, перехід 5–4 відновлення зі схованою відмовою, не усу-

© В. У. Ігнаткін, 2014

неною через помилки, допущені під час виконання ремонту,

Як параметри СМО ЗВ використовуються: T_n – період повторення перевірочних робіт; τ_n – час виконання перевірки; $\tau_в$ – час відновлення ЗВ в ремонті; α_n – імовірність помилкової діагностики схованої відмови при перевірці; β_n – імовірність пропуску (невиявлення) схованої відмови при перевірці; β_p – імовірність повернення ЗВ з ремонту зі схованою відмовою (передбачається, що явна відмова при ремонті усувається безумовно).

В якості характеристик відмов використовуються: $T_я$ – середній наробіток (напрацювання) на явну відмову; T_c – середній наробіток на сховану відмову. Зазначені величини використовуються як параметри розподілів імовірностей виникнення відмов.

Оскільки з наукового погляду замкнута СМО ЗВ – найцікавіша, яка є найбільш загальним випадком в наших умовах, розглянемо її докладніше.

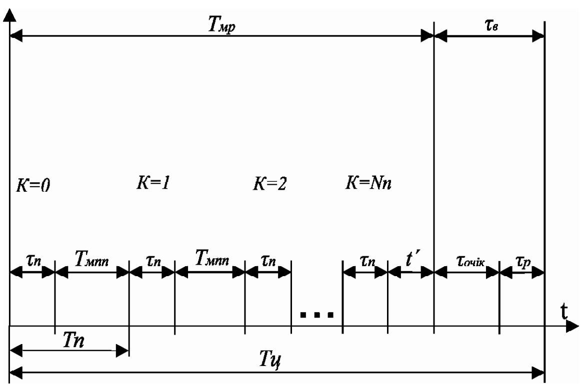

Рис. 1. Часова діаграма

Моделювання процесів метрологічного обслуговування

Зауважимо, що в дійсності потрібно розглянути дві моделі: а) модель масового обслуговування з ремонту ЗВ; б) модель станів окремого ЗВ. Перша модель дозволяє визначити величину, що не задається (у цьому випадку) $\tau_в$, тоді як τ_n задають параметрами ММО ЗВ. Друга модель дозволяє визначити інтенсивність вхідного потоку в систему масового обслуговування з ремонту ЗВ, щоб потім знайти $\tau_в$.

При аналізі експлуатації ЗВ за допомогою моделі станів дуже часто для зведення рішення до аналітичного прибігають до марковської моделі, яка описується марковським випадковим процесом з безперервним часом. При цьому вважають, що всі потоки подій, які переводять процес із стану в стан, є пуасоновськими. Це означає, що імовірність часу перебування ЗВ в кожному з його станів підкоряється експоненціальному розподілу ймовірностей.

Нехай інтенсивність потоку ймовірності покинути стан i є λ_{ii}. Вона має в замкнутій системі, якою є марковська модель експлуатації ЗВ, дорівнювати сумарній інтенсивності потоків в інші стани:

$$-\lambda_{ii} = \sum_{\substack{k=i \\ k\neq i}} \lambda_{ki}\,, \tag{1}$$

де λ_{ki} – інтенсивність потоку ймовірності переходу ЗВ з i-го стану в k-й. Величина λ_{ii} – це не що інше, як інтенсивність вхідного потоку переходів ЗВ в i-й стан. Інтенсивності всіх потоків зручно представити у вигляді Λ-матриці інтенсивностей (2). Тут по діагоналі стоять елементи λ_{ii}, які визначають інтенсивність вхідних потоків в i-й стан. Недіагональні елементи λ_{ki} вказують інтенсивність потоку з λ_{ki} - го стану в k-й.

Їхня сума по стовпцям зі зворотним знаком дорівнює діагональному елементу в цьому ж стовпці, що відповідає рівнянню (1).

$$\Lambda = \begin{vmatrix} -(1/T_c+1/T_я+1/T_m & 0 & \frac{1-\alpha_n}{\tau_n} & 0 & 0 \\ 1/T_c & -(1/T_я+1/T_n) & 0 & \beta_n/\tau_n & 0 \\ 1/T_n & 0 & -(1/T_я+1/\tau_n) & 0 & \frac{1-\beta_p}{\tau_в} \\ 0 & 1/T_n & 0 & -(1/T_я+1/\tau_n) & \beta_p/\tau_в \\ 1/T_я & 1/T_я & 1/T_я+\frac{\alpha_n}{\tau_n} & (\frac{1}{T_я}+\frac{1-\beta_n}{\tau_n}) & 1/\tau_в \end{vmatrix}. \tag{2}$$

Щоб визначити значення ймовірностей перебування ЗВ в кожному зі станів марківської моделі експлуатації ЗВ, тобто щоб знайти вектор $P(t) = \left(P_1(t),\ldots,P_s(t)\right)^T$, досить розв'язати рівняння:

$$\frac{d\vec{P}(t)}{dt} = \Lambda\vec{P}(t)\,, \tag{3}$$

яке в сталому режимі ($t\to\infty$, $P_i(t) = const$, i =1,…,5) зводиться до однорідної системи лінійних рівнянь:

$$\Lambda\vec{P} = 0\,. \tag{4}$$

Тривіальним рішенням такої системи є нульовий вектор $\vec{P}(t) = 0$, усі компоненти якого дорівнюють нулю. Однак таке рішення не є задовільним, оскільки стани ЗВ утворюють повну групу, отже:

$$\sum_{i=1}^{5} P = 1 \;\; P_i \geq 0,\; i = 1,\ldots,5.$$

Це означає, що $\det\Lambda$ має дорівнювати нулю, або рядки Λ-матриці мають бути лінійно залежні. Дійсно, в силу утворення Λ - матриці будь-який її рядок є алгебраїчна сума інших зі зворотним знаком. Отже, одне з рівнянь системи $\Lambda\vec{P} = 0$ зайве. Але тоді ця система має не єдине рішення. Одиничність рішення досягається за рахунок нормуючого обмеження:

$$\sum_{i=1}^{5} P = 1\,.$$

Щоб отримати такий розв'язок, відкинемо, наприклад, останній рядок Λ-матриці й припустимо, що значення P_5 відоме. Тоді маємо систему:

$$\begin{cases} -\left(\dfrac{1}{T_c}+\dfrac{1}{T_я}+\dfrac{1}{T_п}\right)P_1 + 1 - \dfrac{\alpha_п}{\tau_п}P_3 = 0; \\ \dfrac{1}{T_c}P_1 - \left(\dfrac{1}{T_я}+\dfrac{1}{T_п}\right)P_2 + \dfrac{\beta_п}{\tau_п}P_4 = 0; \\ \dfrac{1}{T_п}P_1 - \left(\dfrac{1}{T_я}+\dfrac{1}{\tau_п}\right)P_3 = -\dfrac{1-\beta_P}{\tau_п}P_5; \\ \dfrac{1}{T_п}P_2 - \left(\dfrac{1}{T_я}+\dfrac{1}{\tau_п}\right)P_4 = -\dfrac{\beta_P}{\tau_п}P_5. \end{cases} \quad (5)$$

Аналітичне розв'язання цієї системи виглядає досить громіздко, причому його вид залежить від вибору станів у моделі ЗВ. Тому, щоб зберегти спільність міркувань, вважатимемо, що завжди існує чисельний метод розв'язання системи виду (5), результатом якого є вектор:

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_1(P_5) \\ P_2(P_5) \\ P_3(P_5) \\ P_4(P_5) \\ P_5 \end{pmatrix} \quad (6)$$

зі значеннями компонентів $P_i,\ldots,P_4$, які залежать від значення компонента P_5. Отже, вибравши відповідно значення , можна задовольнити умову нормування і отримати єдине розв'язання системи. Отримане розв'язання залежить від невизначеного заздалегідь параметра, який зв'язує марковську модель експлуатації ЗВ з моделлю масового обслуговування ММО ЗВ. Перш ніж розглядати модель ММО ЗВ, зупинимося трохи на отриманому розв'язанні. Він дозволяє відповісти на ряд питань. Можна визначити показники надійності ЗВ:

– коефіцієнт готовності:

$$K_Г = P_1 / \left(P_1 + P_2 + P_5\right); \quad (7)$$

– коефіцієнт вірогідності:

$$K_В = P_1 / \left(P_1 + P_2\right); \quad (8)$$

– коефіцієнт технічного використання :

$$K_{ТВ} \approx P_1 + P_2. \quad (9)$$

Можна також визначити цикл ЗВ:

$$T_ц = \tau_в / P_5; \quad (10)$$

Міжремонтний інтервал:

$$T_{мр} = T_ц - \tau_в = \tau_в\left(1/P_5 - 1\right) \quad (11)$$

й інші величини, які дозволяють розрахувати техніко-економічні показники СМО ЗВ та її ефективність.

Однак, такий результат отримано у допущенні, що для ЗВ імовірність покинути поточний свій стан підкоряється експоненціальному розподілу при будь-якому стані. Тому застосування марковської моделі обмежено цими допущеннями.

Альтернативною моделлю марковській моделі експлуатації ЗВ є модель, описана в [2, 3]. Тут врахована істотна різниця між суто випадковими подіями виникнення відмов і суто детермінованими подіями вилучення ЗВ на періодичну перевірку.

Нехай початок відліку циклу ЗВ (див. часову діаграму на рис. 1) збігається з початком перевірки, що виникає безпосередньо за ремонтом. Номер цієї перевірки приймається рівним нулю. Номер останньої перевірки, що завершилася до моменту часу t, визначають за виразом:

$$K = \left[\left(t - \tau_п\right)/T_п\right], \quad (12)$$

де [.....] – означає округлення k до меншого цілого (ціла частина числа). Отже, k – дискретна функція від часу t.

Позначимо $P_{1,k}$ і $P_{2,k}$ – імовірності виявити ЗВ відразу після k-ї перевірки відповідно в станах 1 або 2. Тоді можна виразити ймовірність $P_{ic,k}(t)$ того, що в інтервалі часу

$\tau_n + \kappa T_n \le t < \tau_n + (k+1)T_n$ ЗВ буде працювати без відмов, і ймовірність $P_{c,k}(t)$ того, що в тому самому інтервалі часу в ЗВ виникає схована відмова:

$$P_{\neg c,k}(t) = P_{\neg,k}(t)\frac{1-P_c(t)}{1-P_c(\tau_n + kT_n)}\times$$
$$\times\frac{1+P_я(t)}{1-P_я(\tau_n + kT_n)};$$

$$P_{c,k}(t) = \left\{P_{2,k} + P_{1,k}\left(1-\frac{1-P_c(t)}{1-P_c(\tau_n + kT_n)}\right)\right\}\times$$

$$\times\frac{1-P_я(t)}{1-P_я(\tau_n + kT_n)}, \qquad (13)$$

де $P_c(...)$ і $P_я(...)$ — імовірності виникнення в ЗВ схованих і явних відмов відповідно до моменту часу, наведеного в дужках. Функція $P_{1c,k}(t)$, є не що інше, як імовірність залишитися ЗВ в стані 1 до моменту часу *t*, а функція $P_{c,k}(t)$, — імовірність залишитися ЗВ в стані 2 до моменту часу *t*. Обидві ймовірності падають із часом через наростання ймовірності виникнення явної відмови — множник:

$$\left(1-P_я(t)\right)/\left(1-P_я(\tau_n + KT_n)\right).$$

Цей множник — імовірність того, що в інтервалі часу $\tau_n + kT_n \le t < +T_n + kT_\text{п}$ у ЗВ не наступить явна відмова, якщо він не наступив до моменту часу $\tau_n + kT_n$. Функція $P_{ic,k}(t)$ спадає також ще й через виникнення прихованих відмов — множник $\left(1-P_c(t)\right)/\left(1-P_c(\tau_n + kT_n)\right)$, зумовлений аналогічно попередньому. У той самий час відзначається відповідне зростання функції $P_{c,k}(t)$ на величину:

$$P_{1,c}\left(1-\frac{1-P_c(t)}{1-P_c(\tau_n + kT_n)}\right).$$

ЗВ з часом як би переходить із стану 1 у стан 2.

Неважко помітити, що вирази (13) побудовані так, що вони не залежать від вибору закону розподілу імовірностей виникнення відмов. Це так само є перевагою в порівнянні з марковською моделлю.

Використовуючи вираз (13), отримуємо рекурсивні визначення для величин $P_{1,k}$ і $P_{2,k}$:

$$\begin{cases} P_{1,k+1} = P_{1,k}\dfrac{1-P_c\left[\tau_n + (k+1)T_n\right]}{1-P_c(\tau_n + kT_n)}\times \\ \times\dfrac{1-P_я\left[\tau_n + (k+1)T_n\right]}{1-P_я(\tau_n + kT_n)}(1-\alpha_n) \\ P_{2,k+1} = \left\{P_{2,k} + P_{1,k}\left[1-\dfrac{1-P_c\left[\tau_n + (k+1)T_n\right]}{1-P_c(\tau_n + kT_n)}\right]\right\}\times \\ \times\dfrac{1-P_я[\tau_n + (k+1)T_n]}{1-P_я(\tau_n + kT_n)}\beta_n. \end{cases} \qquad (14)$$

Розмикання рекурсії для $k = 0$ записується у вигляді:

$$\begin{cases} P_{1,0} = (1-\beta_p)\dfrac{1-P_c(\tau_n)}{1-P_c(0)}\dfrac{1-P_я(\tau_n)}{1-P_я(0)}(1-\alpha_n) \\ P_{2,0} = \left[\beta_p + (1-\beta_p)\left(1-\dfrac{1-P_c(\tau_n)}{1-P_c(0)}\right)\right]\times \\ \times\dfrac{1-P_я(\tau_n)}{1-P_я(0)}\beta_n. \end{cases} \qquad (15)$$

Математичне очікування часу знаходження ЗВ t_j в деякому стані j запишемо у виді:

$$T_j = t_j = \int_0^\infty \xi\frac{dP_j(\xi)}{d\xi}d\xi = -\int_0^\infty \xi\frac{dP_j(\xi)}{d\xi}d(\xi), \qquad (16)$$

де $P_j(\xi)$ — ймовірність залишитися ЗВ в j — стані до моменту часу ξ.

Якщо ймовірність $P_j(\xi)$ належить до класу функцій, таких що $\lim\limits_{\xi\to\infty}\left(\xi P_j(\xi)\right) = \lim\limits_{\xi\to 0}\left(\xi P_j(\xi)\right) = 0$, то справедливим є наступне співвідношення:

$$\int_0^\infty \frac{d}{d\xi}(\xi P_j(\xi)d\xi = \int_0^\infty P_j(\xi)d\xi + \int_0^\infty \frac{dP_j(\xi)}{d\xi}d\xi = 0. \qquad (17)$$

Приналежність функцій $P_j(\xi)$ до зазначеного класу означає, що ЗВ не може нескінченно довго перебувати в тому самому стані. Але саме цей випадок ми й розглядаємо в моделі станів, маючи на увазі, що ЗВ постійно змінює свої стани. Але тоді вираз (16) можна замінити більш зручним:

$$t_j = \int_0^\infty P_j(\xi)d\xi. \qquad (18)$$

Вираз (18) є зручним способом визначення величин t_1, t_1+t_2, $T_{мр}$. Останні нам потрібні для визначення коефіцієнтів готовності, вірогідності й технічного використання:

$$K_г = \frac{t_1}{t_1+t_2+\tau_в}; \qquad (19)$$

$$K_D = \frac{t_1}{t_1+t_2}; \qquad (20)$$

$$K_{ND} = \frac{t_1+t_2}{T_ц}, \qquad (21)$$

де $T_ц = T_{мп} + \tau_в$.

Для знаходження величини t_1 уже існує готова функція розподілу ймовірностей − це $P_{1c,k}(t)$ з виразу (13). Відповідно до виразу (18), маємо:

$$t_1 = \int_0^{\infty} P_{\neg c,k}(\xi) d\xi, \qquad (22)$$

де k − функція часу. З огляду на це, отримуємо:

$$t_1 = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \int_{\tau_n+\kappa T_n}^{T_n+\kappa T_n} P_{\neg c,k}(\xi) d\xi. \qquad (23)$$

В інтервалах: $kT_n \le t \le \tau_n + kT_n$ імовірність $P_{1c,k}(t)=0$, оскільки ЗВ у цей час перебуває на перевірці.

Підставлення з виразу (13) у вираз (23) дає:

$$t_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{P_{1,\kappa}}{\left[1-P_c\left(\tau_n+kT_n\right)\right]\left[1-P_я\left(\tau_n+\kappa T_n\right)\right]} \times$$
$$\times \int_{\tau_n+kT_n}^{T_n+\kappa T_n} \left[1-P_c(\xi)\right]\left[1-P_я(\xi)\right] d\xi. \qquad (24)$$

Розкривати до кінця цей вираз не має сенсу, якщо невизначені закони $P_c(\xi)$ і $P_я(\xi)$ розподілу ймовірностей виникнення схованих і явних відмов. Якщо ці закони експоненціальні:

$P_c(\xi) = 1 - e^{-\frac{\xi}{T_c}}$ і $P_я(\xi) = 1 - e^{-\frac{\xi}{T_я}}$.

Тоді для t_1 отримаємо наступний вираз:

$$t_1 = \frac{T_c T_я}{T_c+T_я}\left(1 - e^{-\left(T_n-\tau_n\right)\frac{T_c T_я}{T_c+T_я}}\right)\sum_{\kappa=0}^{\infty} P_{1,k}. \qquad (25)$$

Аналогічно знаходимо вираз для t_1+t_2:

$$\mathrm{t}_1+\mathrm{t}_2 = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \int_{\tau_n+\kappa T_n}^{T_n+\kappa T_n} (\mathrm{P}_{\neg c,k}(\xi) + P_{c,k}(\xi)) d\xi =$$
$$= \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{P_{1,k}+P_{2,k}}{\left[1-P_я(\tau_n+\kappa T_n)\right]} \int_{\tau_n+\kappa T_n}^{T_n+\kappa T_n} (1\text{-}P_я(\xi)) d\xi, \qquad (26)$$

яке для експоненціальних законів розподілу ймовірностей виникнення відмов перетвориться до виду:

$$t_1+t_2 = T_я\left(1 - e^{-(T_n-\tau_n)/T_я}\right)\sum_{\kappa=0}^{\infty}(P_{1,\kappa}+P_{2,\kappa}). \qquad (27)$$

Нарешті, знайдемо вираз для $T_{мп}$:

$$T_{мр} = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \int_{\tau_n+\kappa T_n}^{\tau_n+(\kappa+1)Tn} (\mathrm{P}_{\neg c,k}(\xi) + P_{c,k}(\xi)) d\xi +$$
$$+ \int_0^{\tau_n} (1\text{-}\mathrm{P}_я(\xi)) d\xi = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{P_{1,k}+P_{2,k}}{(1-P_я(\tau_n+\kappa T_n))} \times$$
$$\times \int_{\tau_n+\kappa T_n}^{\tau_n+(\kappa+1)T_n} (1\text{-}\mathrm{P}_я(\xi)) d\xi + \int_0^{\tau_n} (1\text{-}\mathrm{P}_я(\xi)) d\xi, \qquad (28)$$

який для експоненціальних розподілів має вид:

$$T_{мр} = T_я\left[\left(1 - e^{-\frac{T_n}{T_я}}\right)\sum_{k=0}^{\infty}\left(P_{1,k}+P_{2,k}\right) + \left(1 - e^{-\frac{T_n}{T_я}}\right)\right] \qquad (29)$$

Отже, розв’язання, отримане у вигляді виразів (24), (26), (28), не накладає обмежень на закони розподілу ймовірностей виникнення в ЗВ відмов, й у той же час розрізняє детерміновані та випадкові процеси переходу ЗВ зі стану в стан. Це є значною перевагою в порівнянні з марковською моделлю, Розв’язання, записане для експоненціальних розподілів імовірностей виникнення відмов − див. вираз (25), (27), (29), − цікаво тим, що його можна зрівняти з розв’язанням, отриманим з марковської моделі й оцінити погрішність марковської моделі, що думає переходи ЗВ зі стану в стан з пуасоновськими потоками.

Тепер варто розглянути другу частину моделювання МО ЗВ − подання СМО ЗВ у вигляді системи масового обслуговування з ремонту ЗВ.

Для кращого розуміння моделі наведемо спочатку спрощену ситуацію. Нехай на підприємстві є $M_{зв}$ типів ЗВ по n_j одиниці ЗВ в кожному типі $j = 1,\dots,M_{зв}$. Припустимо, що всі ремонтні установки взаємозамінні й придатні для ремонту ЗВ будь-якого типу, а кількість цих установок дорівнює ω. У цьому разі ремонтне обслуговування моделюється ω - канальною системою масового обслуговування. Інтенсивність потоку заявок на ремонт λ визначається виразом:

$$\lambda = \sum_{j=1}^{M_{си}} \lambda_j \, , \qquad (30)$$

де $\lambda_j = n_j / T_{цj}$; $T_{цj} = T_{мрj} + \tau_{очік.} + \tau_{pj}$.

Середній час обслуговування заявки (ремонту) на одній ремонтній установці:

$$\tau_p = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{M_{зв}} \lambda_j \tau_{pj} \, . \qquad (31)$$

Тоді завантаження системи масового обслуговування виражається у вигляді:

$$\rho = \frac{\lambda \tau_p}{\omega} = \frac{1}{\omega} \sum_{j=1}^{M_{зв}} \lambda_j \tau_{pj} \, . \qquad (32)$$

Оскільки серйозність ремонту заздалегідь не передбачувана, доцільніше усього допустити, що час обслуговування підкоряється експоненціальному закону розподілу. Припускаючи також пуасонівські потоки заявок, за формулою Поллачека-Хінчика отримуємо вираз для середньої довжини черги заявок:

$$l = \frac{\rho^2}{1-\rho} \, . \qquad (33)$$

Знаючи довжину черги, отримуємо вираз для часу очікування:

$$\tau_{очік.} = \frac{1}{\lambda} \, . \qquad (34)$$

Вираз (30)...(34) у неявному виді задають рівняння для знаходження часу очікування $\tau_{очік.}$ обслуговування заявки на ремонт у СМО ЗВ:

$$\tau_{очік.} = f\left(\tau_{очік.}\right).$$

Розв’язання цього рівняння через особливості виразів, що в нього входять, можна отримати тільки чисельно методом послідовних наближень.

Наведемо тепер більш складний випадок. Вважатимемо, що підприємство має по n_j ЗВ кожного типу $j = 1,...,M_{зв}$ й по ω_l ремонтних установок для спеціалізації $\varsigma = 1,...,M_{зв}$, де $N_{рм}$ – кількість таких спеціалізацій. Припустимо також, що ЗВ типу j не обов’язково ремонтується на ремонтній установці суворо певної спеціалізації. Вважатимемо, що якщо в ЗВ типу зареєстровано відмову, вона з імовірністю P_k попадає на ремонтну установку типу ς. При цьому має виконуватися умова:

$$\sum_{\varsigma=1}^{N_{pm}} P_{j\varsigma} = 1 \, ,$$

яка означає, що всі можливі ремонтні установки враховані. Тоді для вираження потоку заявок на ремонт до установок спеціалізації ς від ЗВ типу j маємо:

$$\lambda_{j\varsigma} = \frac{n_j P_{j\varsigma}}{T_{цj}} \, , \qquad (35)$$

де $T_{цj} = T_{мрj} + \tau_{очік.\varsigma} + \tau_{pj}$.

Тут $\tau_{очік.\varsigma}$ час очікування заявки в черзі на ремонт до установки ς - ї спеціалізації.

Вираз для інтенсивності потоку заявок на ремонтну установку ς -ї спеціалізації набуває виду:

$$\lambda_{\xi} = \sum_{j=1}^{M_{си}} \lambda_{j\xi} \, . \qquad (36)$$

Середній час обслуговування заявки (ремонт ЗВ) на установці S-ї спеціалізації:

$$\tau_{p\varsigma} = \frac{1}{\lambda_{\varsigma}} \sum_{j=1}^{M_{си}} \lambda_{j\varsigma} \tau_{pj\varsigma} \, . \qquad (37)$$

Коефіцієнт завантаження установки цієї спеціалізації:

$$P_{\varsigma} = \frac{\lambda_{\varsigma} \tau_{p\varsigma}}{\omega_{\varsigma}} = \frac{1}{\omega_{\varsigma}} \sum_{j=1}^{M_{си}} \lambda_{j\varsigma} \tau_{pj\varsigma} \, . \qquad (38)$$

Довжина черги заявок до неї :

$$l_{\varsigma} = \frac{\rho_{\varsigma}}{1-\rho_{\varsigma}} \, , \qquad (39)$$

а час очікування обслуговування в черзі

$$\tau_{очік.\varsigma} = \frac{l_{\varsigma}}{\lambda_{\varsigma}} \, . \qquad (40)$$

Висновки

Отримане рівняння (40) для знаходження $\tau_{очік.\varsigma}$ по виду зовні мало чим відрізняється від виразу (34), але має вирішуватись спільно в системі для $\varsigma = 1,...M_{зв}$ рівнянь. За винятком технічних труднощів чисельного розв'язання цієї системи, принципово підхід не відрізняється від простішого випадку, наведеного вище.

З погляду аналізу забезпечення надійності ЗВ засобами МО ЗВ, детальний розбір обчислювальних особливостей отримання рішення не представляє наукової цінності й тому не розглядається. Тут же на розглянутих прикладах важливо було помітити те, що при моделюванні МО ЗВ виникає ряд проблем:

а) моделювання експлуатації конкретного екземпляра ЗВ для визначення показників його надійності;

б) моделювання СМО ЗВ для визначення її завантаженості й часу відновлення ЗВ в ремонті;

в) вибір методів моделювання в обох випадках.

Можливі шляхи розв'язання цих проблем було продемонстровано. Варто додати, що більш адекватно передбачити поведінку СМО ЗВ в динаміці можна лише за допомогою методів імітаційного моделювання. Але ці методи трудомісткі й вимагають розробки відповідних програмних засобів. Використання ж проілюстрованих підходів із застосуванням адаптаційних алгоритмів коригування параметрів МО ЗВ дозволяє вирішувати багато завдань планування МО ЗВ й управління ними.

Список літератури

1. Автоматизація метрологічного обслуговування засобів вимірів промислового підприємства / [Ігнаткін В. У. та ін.] ; під ред. В. У. Ігнаткіна. − М. : Зі стандартів, 1988. − 208 с.
2. Визначення та аналіз залежності показників надійності засобів вимірювань / [Ігнаткін В.У. та ін.] // Вимір. техніка. − 1989. − № 7. − С. 11−13.
3. Оцінка, контроль і прогнозування метрологічної надійності засобів вимірювань / [Ігнаткін В. У. та ін.] ; під ред. В. У. Ігнаткіна. − М. : Зі стандартів, 1991. − 190 с.
4. Методичні вказівки до обчислення та прогнозування показників метрологічної надійності засобів вимірювання при виконанні курсової роботи з дисципліни «Метрологія й технологічні вимірювання» для студентів III-IV курсів спеціальності 21.03. Частина 1 ; упоряд. В. У. Ігнаткін та ін. ; під ред. В. У. Ігнаткіна. − Дніропетровськ : УДХТУ, 1994. − 40 с.
5. Обґрунтування концепції оптимізації метрологічного обслуговування засобів вимірювальної техніки, оцінки його параметрів і показників функціонування / [Ігнаткін В.У. та ін.] // Системи озброєння й військова техніка. − Харків : ХУПС. − 2008. − Вид. 3 (15). − С. 94−103.

Поступила в редакцію 13.05.2014

Игнаткин В.У. Моделирование процессов метрологического обслуживания способов измерения

Получены аналитические выражения для коэффициента готовности, технического использования, достоверности средств измерительной техники (СИТ), времени межремонтного интервала, номера последней поверки, что попадает в межремонтный интервал, − как функций параметров системы метрологического обслуживания СИТ и характеристик СИТ для произвольного закона распределения отказов СИТ.

Ключевые слова: *моделирование, метрологическое обслуживание, модель массового обслуживания, модель состояний способов измерений.*

Yhnatkyn V. Modeling of service metrological a means of measurements

The analytical expression for the coefficient of readiness, technical use, accuracy of the measuring device (MD), overhaul interval of time, the number of the last calibration that gets in between-repair interval - as a function of system parameters against metrological servicing MD and MD specifications for arbitrary law distribution of failures MD.

Key words: *modeling, of metrological service, the model of mass of service.*