

## К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ УСТАЛОСТИ ПРИ ДВУХОСНОМ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ НА ОСНОВЕ КЛАССИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ РАЗРУШЕНИЯ

Рассматривается применимость классических критериев разрушения для оценки предельного состояния и усталостной долговечности сплошных призматических образцов при комбинированном нагружении осевым растяжением-сжатием и кручением, изгибом и кручением. В качестве критериев разрушения выбраны критерии максимальных нормальных напряжений, критерии максимальных касательных напряжений и критерии удельной энергии формоизменения. Решены и апробированы экспериментально задачи расчета амплитуд предельных нормальных и касательных напряжений и задачи расчета усталостной долговечности.

**Ключевые слова:** сплошные цилиндрические стержни, двухосное комбинированное нагружение, циклическое растяжение-сжатие, циклический изгиб, циклическое кручение, двухосная усталость, предельное состояние, усталостная долговечность.

### Введение

Проблема усталости и особенно многоосной усталости, несмотря на огромное число выполненных в этом направлении исследований, все еще остается весьма актуальной. Основные задачи многоосной усталости связаны с обоснованием критериев разрушения, с оценкой предельного состояния и с прогнозированием усталостной долговечности [1-3].

Эти задачи решаются, как правило, с использованием различного рода эмпирических соотношений или на основе данных натуральных испытаний. В работах [1, 4, 5] показано, что при двухосном комбинированном нагружении решение задач усталости может быть построено на основе классических критериев разрушения. Проанализированы возможности критериев максимальных нормальных и максимальных касательных напряжений и критерия удельной энергии формоизменения. Анализ ограничился получением характеристик усталости, соответствующих физическим пределам усталости.

В настоящей работе решение задач усталости при двухосном комбинированном нагружении строится на основе классических критериев разрушения для всего диапазона напряжений и долговечностей, соответствующих многоцикловой области.

### 1. Постановка задачи

Рассматривается усталостное разрушение сплошных цилиндрических образцов при комбинированном синфазном нагружении циклическим растяжением-сжатием и циклическим кручением, циклическим изгибом и циклическим кручением.

© В.П. Голуб, 2014

Нормальные  $\tilde{\sigma}$  и касательные  $\tilde{\tau}$  компоненты двухосного переменного напряженного состояния задаются соотношениями

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_x = \sigma_a g(n) & \tilde{\sigma}_y = 0; & \tilde{\sigma}_z = 0; \\ \tilde{\tau}_{xy} = \tau_a g(n) & \tilde{\tau}_{yz} = 0; & \tilde{\tau}_{zx} = 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

где  $\sigma_a$ ,  $\tau_a$  — амплитудные значения нормальной и касательной компонент;

$g(n)$  — некоторая периодическая функция времени, изменяющаяся в пределах от  $-1$  до  $+1$ ;

$n$  — число циклов нагружения.

Классические критерии разрушения задаются в форме зависимости между амплитудами предельных напряжений комбинированного цикла нагружения, вызывающих разрушение за одно и то же число циклов  $n_R$ .

Зависимость между амплитудами  $\tau_a$  и  $\sigma_a$  предельных напряжений цикла нагружения (1.1), исходя из критерия максимальных нормальных напряжений, представим в виде

$$\left[ \frac{\tau_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 + \frac{\sigma_a}{\sigma_n(n_R)} = 1, \quad (1.2)$$

исходя из критерия максимальных касательных напряжений, — в виде

$$\left[ \frac{2\tau_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 + \left[ \frac{\sigma_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 = 1 \quad (1.3)$$

и, исходя из критерия удельной энергии формоизменения, – в виде

$$\left[ \frac{\sqrt{3}\tau_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 + \left[ \frac{\sigma_a}{\sigma_n(n_R)} \right]^2 = 1, \quad (1.4)$$

где  $\tau_n(n_R)$  и  $\sigma_n(n_R)$  – ограниченные пределы усталости при чистом кручении и при чистом растяжении-сжатии или чистом изгибе соответственно, зависящие от числа циклов до разрушения  $n_R$ . Граничные условия в (1.2)-(1.4) удовлетворяются при выполнении соответственно соотношений  $\sigma_n(n_R) = \tau_n(n_R)$ ,  $\sigma_n(n_R) = 2\tau_n(n_R)$  и  $\sigma_n(n_R) = \sqrt{3}\tau_n(n_R)$ .

Зависимость между ограниченными пределами усталости  $\tau_n$  и  $\sigma_n$  в (1.2) и (1.4) и соответствующим им числом циклов до разрушения  $n_R$  задается уравнениями

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\tau)D_\tau(\tau_n)^{q_\tau}}; \quad (1.5)$$

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_n)^{q_\sigma}},$$

где  $q_\tau$ ,  $D_\tau$ ,  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$  – экспериментально определяемые коэффициенты.

Задача заключается в формулировке на основе классических критериев разрушения разрешающих уравнений для расчета предельного состояния и усталостной долговечности при комбинированном нагружении растяжением-сжатием и кручением, изгибом и кручением и в экспериментальной апробации результатов расчета.

## 2. Основные разрешающие уравнения

Формулируются уравнения, связывающие амплитуды нормальных и касательных напряжений по параметру долговечности, и уравнения, устанавливающие зависимость усталостной долговечности от соответствующих амплитуд.

### 2.1. Уравнения связи между предельными амплитудами

Для зависимостей между амплитудами  $\tau_a$ ,  $\sigma_a$  компонент напряжений (1.1) из (1.2) с учетом (1.5) получаем уравнение

$$\tau_a = \frac{1}{[(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma}} \times \left\{ 1 - [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} \sigma_a \right\}^{1/2}, \quad (2.1)$$

из (1.3) с учетом (1.5) – уравнение

$$\tau_a = \frac{1}{2[(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma}} \times \left\{ 1 - [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} \sigma_a \right\}^{1/2}, \quad (2.2)$$

а из (1.4) с учетом (1.5) – уравнение

$$\tau_a = \frac{1}{\sqrt{3}[(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma}} \times \left\{ 1 - [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} \sigma_a \right\}^{1/2}, \quad (2.3)$$

позволяющие рассчитывать предельные значения напряжений  $\tau_a$  и  $\sigma_a$  для заданной усталостной долговечности  $n_R$ .

### 2.2. Уравнения для расчета усталостной долговечности

Формулируются уравнения, устанавливающие зависимость числа циклов до разрушения  $n_R$  от амплитуды нормальных напряжений  $\sigma_a$  и от эквивалентных напряжений  $\sigma_{eqv}$ .

Исходя из критерия максимальных нормальных напряжений, для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_a$  из (1.2) получаем уравнение

$$n_R = \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} v \sigma_a \right\}^2 \right\}^{q_\sigma} \times \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_a)^{q_\sigma}}, \quad (2.4)$$

а для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_{eqv}$  – уравнение

$$n_R = \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{1/q_\sigma} \frac{2v\sigma_{max}}{1+\sqrt{1+4v^2}} \right\}^2 \right\}^{q_\sigma} \times \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma \left[ \frac{1+\sqrt{1+4v^2}}{2v\sigma_{max}} \right]^{q_\sigma}}, \quad (2.5)$$

где принято

$$\sigma_{eqv} = \sigma_{max}; \quad \sigma_a = \frac{2\sigma_{max}}{1+\sqrt{1+4v^2}}; \quad v = \frac{\tau_a}{\sigma_a}.$$

Исходя из критерия максимальных касательных напряжений для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_a$  из (1.3) получаем уравнение

$$n_R = \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{\frac{1}{q_\sigma}} 2v\sigma_a \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}} \times \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_a)^{q_\sigma}}, \quad (2.6)$$

а для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_{\text{eqv}}$  – уравнение

$$n_R = \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{\frac{1}{q_\sigma}} \frac{4v\tau_{\text{max}}}{\sqrt{1+4v^2}} \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}} \times \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma \left[ \frac{\sqrt{1+4v^2}}{4v\tau_{\text{max}}} \right]^{q_\sigma}}, \quad (2.7)$$

где принято

$$\sigma_{\text{eqv}} = \tau_{\text{max}}; \quad \sigma_a = \frac{2\tau_{\text{max}}}{\sqrt{1+4v^2}}; \quad v = \frac{\tau_a}{\sigma_a}.$$

Исходя из критерия удельной энергии формоизменения, для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_a$  из (1.4) получаем уравнение

$$n_R = \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{\frac{1}{q_\sigma}} \sqrt{3}v\sigma_a \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}} \times \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_a)^{q_\sigma}}, \quad (2.8)$$

а для зависимости  $n_R$  от  $\sigma_{\text{eqv}}$  – уравнение

$$n_R = \left\{ 1 - \left\{ [(1+q_\sigma)D_\sigma n_R]^{\frac{1}{q_\sigma}} \frac{\sqrt{3}v\sigma_i}{\sqrt{1+3v^2}} \right\}^2 \right\}^{\frac{q_\sigma}{2}} \times \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma \left[ \frac{\sqrt{1+3v^2}}{\sqrt{3}v\sigma_i} \right]^{q_\sigma}}, \quad (2.9)$$

где принято

$$\sigma_{\text{eqv}} = \sigma_i; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_i}{\sqrt{1+3v^2}}; \quad v = \frac{\tau_a}{\sigma_a}.$$

Здесь  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений.

### 2.3. Методика определения материальных констант

Определению подлежат коэффициенты  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$ ,  $q_\tau$ ,  $D_\tau$  уравнений (1.5), устанавливающих зависимость ограниченных пределов усталости

$\sigma_n(n_R)$  и  $\tau_n(n_R)$  и чисел циклов до разрушения при чистом изгибе ( $\tau_a = 0$ ) и чистом кручении ( $\sigma_a = 0$ ).

Задача определения коэффициентов  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$ ,  $q_\tau$ ,  $D_\tau$  сводится к минимизации функционала

$$\Phi(q_\sigma D_\sigma) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\sigma_{aj}) - \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma(\sigma_a)^{q_\sigma}} \right\}^2 \quad (2.10)$$

и соответственно функционала

$$\Phi(q_\tau D_\tau) = \sum_{j=1}^s \left\{ n_{Rj}(\tau_{aj}) - \frac{1}{(1+q_\tau)D_\tau(\tau_a)^{q_\tau}} \right\}^2, \quad (2.11)$$

где  $\sigma_{aj}$ ,  $\tau_{aj}$ ,  $n_{Rj}$  – набор дискретных значений амплитуд циклических нормальных и касательных напряжений и соответствующих им чисел циклов до разрушения.

### 3. Циклическое растяжение-сжатие и циклическое кручение

Решаются задачи усталости, связанные с оценкой предельного состояния и расчетом усталостной долговечности сплошных призматических образцов. Решение строится в форме зависимости между амплитудами нормальных и касательных напряжений по параметру числа циклов до разрушения и в форме зависимости числа циклов до разрушения от амплитуд нормальных напряжений и от амплитуды эквивалентных напряжений.

#### 3.1. Материал образцов. Материальные константы

Рассматривается усталостное разрушение образцов из закаленной стали JIS SNCM8 и пружинной стали SWOSC-V. Экспериментальные данные заимствованы соответственно из [6] и [7].

Значения коэффициентов  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$ ,  $q_\tau$ ,  $D_\tau$ , рассчитанные по изложенной в разделе 2.3 методике, а также значения отношения  $v = \frac{\tau_n}{\sigma_n}$  приведены для исследованных материалов  $\sigma_n$  в табл. 1.

Из таблицы следует, что величины  $v$  для выбранных материалов практически совпадают и близки к значению, соответствующему критерию удельной энергии формоизменения.

Таблица 1

Значения материальных констант

Материал	$\frac{\tau_n}{\sigma_n}$	$q_\sigma$	$D_\sigma, \text{МПа}^{-q_\sigma} \cdot \text{цикл}^{-1}$	$q_\tau$	$D_\tau, \text{МПа}^{-q_\tau} \cdot \text{цикл}^{-1}$
Сталь JIS SNCM8	0,67	19,23	$2,01 \cdot 10^{-58}$	12,19	$1,09 \cdot 10^{-37}$
Сталь SW0SC-V	0,68	7,87	$4,80 \cdot 10^{-24}$	38,46	$1,02 \cdot 10^{-110}$

**3.2. Обобщенное предельное состояние**

Под обобщенным понимается предельное состояние, которое задается в нормированной системе координат уравнениями (1.2)-(1.4).

Результаты расчетов предельного состояния, выполненные по уравнениям (1.2)-(1.4), сопоставлены на рис. 1 с экспериментальными данными для образцов из стали JIS SNCM8.

Экспериментальные данные занимают, как видно, промежуточное положение между расчетами, выполненными в соответствии с критерием максимальных нормальных напряжений и критерием удельной энергии формоизменения. Максимальная погрешность возникает по отношению к критерию максимальных нормальных напряжений и достигает 50%.

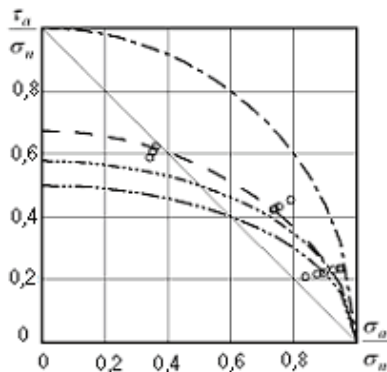


Рис.1. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) обобщенные диаграмм амплитуд предельных напряжений образцов стали JIS SNCM8:

- — расчет по уравнению (1.2);
- · - расчет по уравнению (1.3);
- · · - расчет по уравнению (1.4)

**3.3. Предельное состояние по параметру долговечности**

Рассчитываются комбинации амплитуд нормальных и касательных напряжений, вызывающих разрушение за одно и то же число циклов нагружения  $n_R$ . Расчеты выполняются по уравнениям (2.1)-(2.3), а результаты расчетов представляются в форме диаграмм амплитуд предельных напряжений по параметру  $n_R$ .

Результаты расчетов, выполненных по уравнениям (2.1)-(2.3) с использованием приведенных в табл.1 коэффициентов, представлены на

рис. 2 штриховыми линиями для образцов из стали JIS SNCM8 и стали SW0SC-V. Точками нанесены экспериментальные данные.

Лучшее согласование результатов расчетов с экспериментальными данными получено, как и в случае обобщенного предельного состояния, для критерия удельной энергии формоизменения.

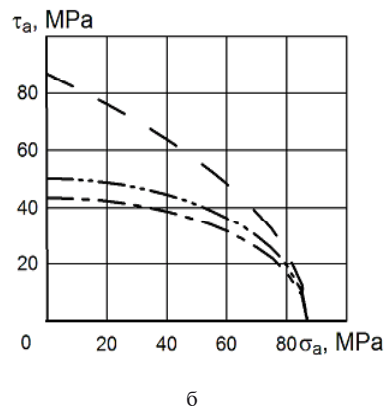
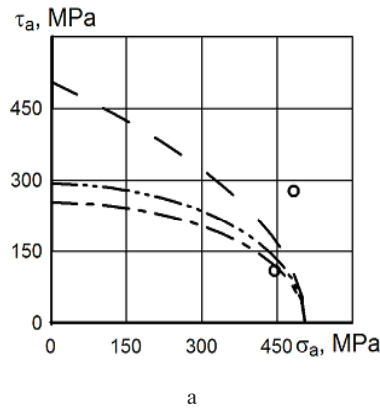


Рис. 2. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения амплитуд предельных напряжений образцов

стали JIS SNCM8 (а) для  $n_R = 106$  (°) циклов и образцов стали SW0SC-V (б) для  $n_R = 109$  циклов при комбинированном нагружении осевым растяжением-сжатием и кручением:

- — расчет по уравнению (2.1); — · - расчет по уравнению (2.2); — · · - расчет по уравнению (2.3)

**3.4. Усталостная долговечность**

Рассчитывается зависимость числа циклов до разрушения  $n_R$  от амплитуды нормальных напряжений  $\sigma_a$  и от величины эквивалентного

напряжения  $\sigma_{\text{eqv}}$ . Расчеты выполняются по уравнениям (2.4)-(2.9) и представляются в форме кривых усталости.

Результаты расчетов усталостной долговечности, выполненных по уравнениям (2.4)-(2.9) с использованием приведенных в табл. 1 коэффициентов, представлены на рис. 3 штриховыми линиями для образцов стали JIS SNCM8 и стали SW05C-V. Уравнения (2.4)-(2.9) решаются

численно методом итераций. Точками нанесены экспериментальные данные.

Как и в задачах оценки предельного состояния, лучшее согласование результатов расчета усталостной долговечности с экспериментальными данными получено для критерия удельной энергии формоизменения. Максимальная погрешность по числу циклов до разрушения достигает %.

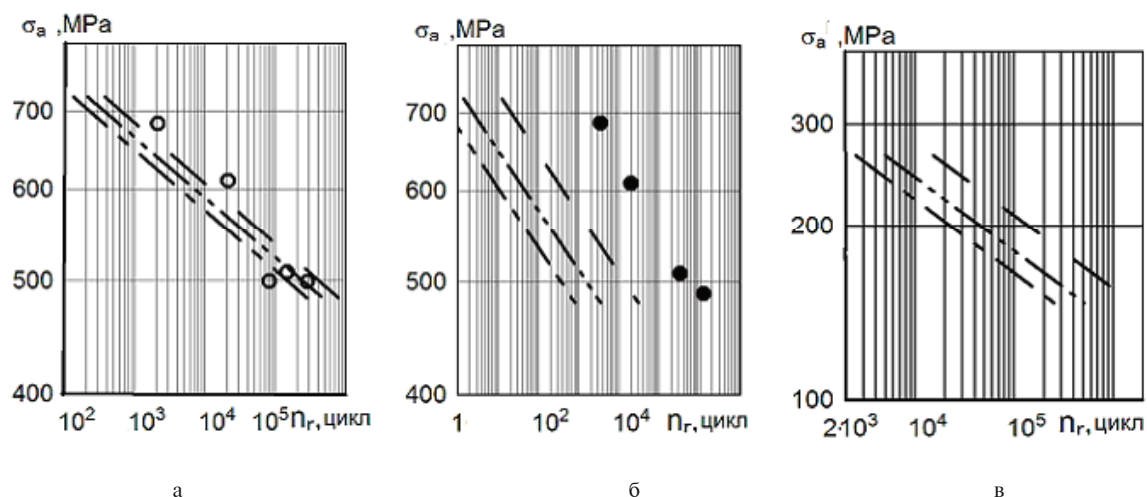


Рис. 3. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности образцов стали JIS SNCM8 (а и б) для значений  $\nu = \frac{1}{4}$  (°) и  $\nu = \frac{1}{\sqrt{3}}$  (•) и образцов сплава SW05C-V (в) для  $\nu = 0,68$  при комбинированном нагружении осевым растяжением-сжатием и кручением:  
 — — расчет по уравнению (2.4); — · — расчет по уравнению (2.6); — · · — расчет по уравнению (2.8)

#### 4. Циклический изгиб и циклическое кручение

Решаются задачи оценки предельного состояния в форме зависимости между амплитудами нормальных и касательных напряжений по параметру числа циклов до разрушения и в форме зависимости числа циклов до разрушения от амплитуды нормальных напряжений и от амплитуды эквивалентных напряжений.

##### 4.1. Материал образцов. Материальные константы

Рассматривается усталостное разрушение образцов стали SAE 4340, стали 30ХНЗМФА и

титанового сплава ПТ-3В. Экспериментальные данные заимствованы из [8], [9] и [10].

Значения коэффициентов  $q_\sigma$ ,  $D_\sigma$ ,  $q_\tau$ ,  $D_\tau$ , рассчитанные по изложенной в разделе 2.3 методике, а также значения отношения  $\nu = \frac{\tau_n}{\sigma_n}$  приведены для исследованных материалов в табл. 2.

Из таблицы следует, что значение  $\nu$  для титанового сплава ПТ-3В соответствует критерию максимальных касательных напряжений, а для сталей SAE 4340 и 30ХНЗМФА эти значения больше соответствуют критерию удельной энергии формоизменения.

Таблица 2

Значения материальных констант

Материал	$\frac{\tau_n}{\sigma_n}$	$q_\sigma$	$D_\sigma, \text{ МПа}^{-q_\sigma} \cdot \text{цикл}^{-1}$	$q_\tau$	$D_\tau, \text{ МПа}^{-q_\tau} \cdot \text{цикл}^{-1}$
Сталь SAE 4340	0,65	7,63	$4,68 \cdot 10^{-26}$	23,25	$6,34 \cdot 10^{-64}$
Сталь 30ХНЗМФА	0,63	15,38	$7,60 \cdot 10^{-46}$	33,33	$4,45 \cdot 10^{-27}$
Сплав ПТ-3В	0,51	7,52	$3,13 \cdot 10^{-26}$	5,68	$6,26 \cdot 10^{-20}$



**4.2. Обобщенное предельное состояние**

Результаты расчетов обобщенного предельного состояния в нормированной системе координат, выполненные по уравнениям (1.2)-(1.4), сопоставлены на рис. 4 с экспериментальными данными для образцов из сталей SAE 4340 и 30ХНЗМФА и титанового сплава ПТ-3В.

Лучшее согласование с экспериментальными данными получено, как видно, для сталей в случае использования критерия удельной энергии формоизменения. Для образцов из титанового сплава экспериментальные данные

соответствуют вогнутым предельным диаграммам и ни один из рассмотренных критериев не согласуется с этими данными, прежде всего, качественно.

**4.3. Предельное состояние по параметру долговечности**

Рассчитываются комбинации амплитуд нормальных и касательных напряжений, вызывающих разрушение за одно и то же число циклов нагружения  $n_R$ .

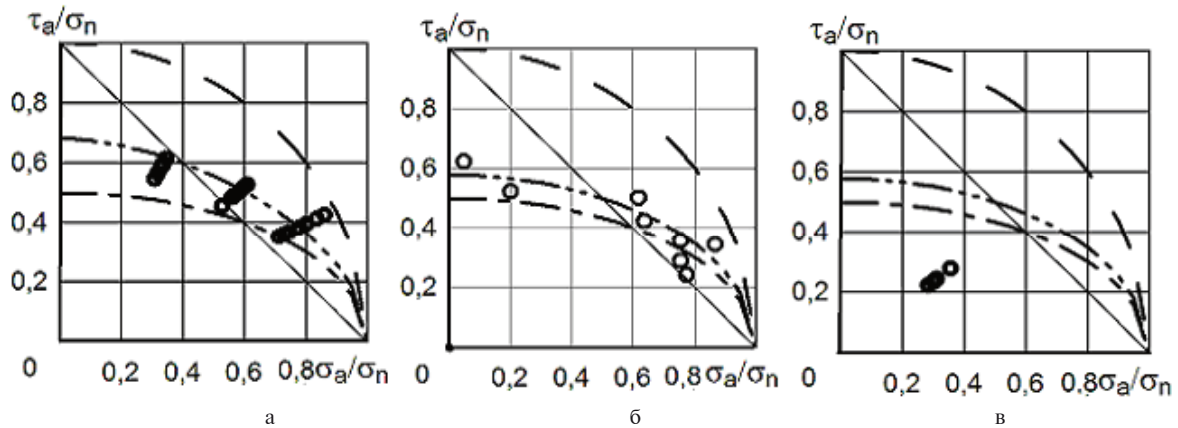


Рис. 4. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) нормированные диаграммы предельных напряжений сплошных цилиндрических образцов из стали SAE 4340 (а), стали 30ХНЗМФА (б) и титанового сплава ПТ-3В (в) при комбинированном нагружении циклическим изгибом и циклическим кручением: — — расчет по уравнению (1.2); — · — расчет по уравнению (1.3); — · · — расчет по уравнению (1.4)

Результаты расчетов в форме диаграмм амплитуд предельных напряжений по параметру  $n_R$ , выполненных по уравнениям (2.1)-(2.3) с использованием приведенных в табл. 2 коэффициентов, представлены на рис. 5 штриховыми линиями. Точками нанесены экспериментальные данные.

Как и в случае обобщенного предельного состояния, лучшее согласование с экспериментальными данными получено для сталей при использовании критерия удельной энергии формоизменения. Для образцов из титанового сплава расхождения носят качественный характер.

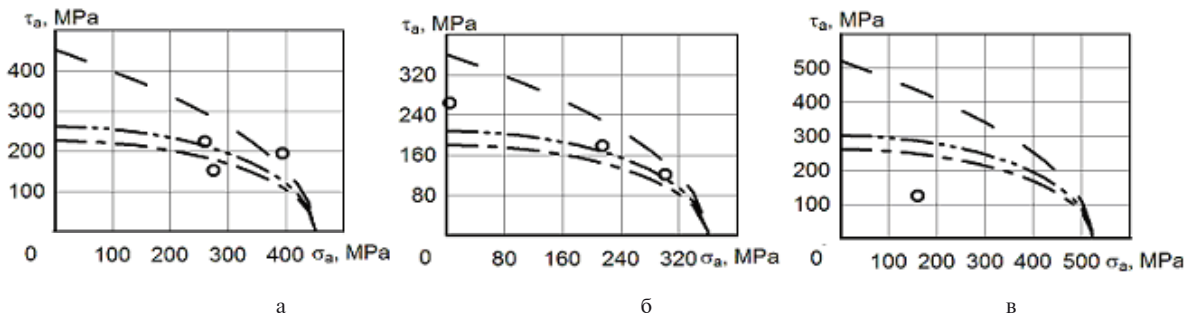


Рис. 5. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения амплитуд предельных напряжений образцов стали SAE 4340 (а) для  $n_R = 10^6$  циклов, стали 30ХНЗМФА (б) для  $n_R = 10^7$  циклов и сплава ПТ-3В (в) для  $n_R = 10^6$  циклов при комбинированном нагружении циклическим изгибом и циклическим кручением: — — расчет по уравнению (2.1); — · — расчет по уравнению (2.2); — · · — расчет по уравнению (2.3)

**4.4. Усталостная долговечность**

Рассчитывается зависимость числа циклов до разрушения  $n_R$  от амплитуды нормальных напряжений по уравнениям (2.4), (2.6) и (2.8). Результаты расчетов, выполненные с использо-

ванием приведенных в табл. 2 коэффициентов, представлены на рис. 6 штриховыми линиями. Уравнения (2.4), (2.6) и (2.8) решаются численно методом итераций. Точками нанесены экспериментальные данные.

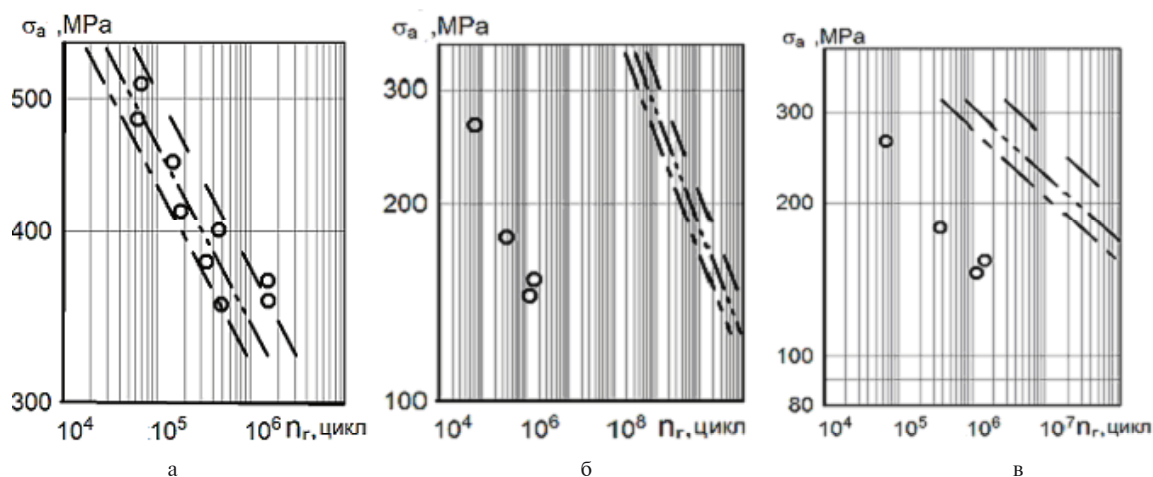


Рис. 6. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) значения усталостной долговечности образцов стали SAE 4340 (а) для  $\nu = 0,496$ , стали 30ХНЗМФА (б) для  $\nu = 0,30$  и титанового сплава ПТ-3В (в) для  $\nu = 0,79$  при комбинированном нагружении изгибом с кручением:  
 — — расчет по уравнению (2.4); — · — расчет по уравнению (2.6); — · · — расчет по уравнению (2.8)

Для сталей, как видно, экспериментальные данные занимают промежуточное положение между расчетами, соответствующими критерию максимальных нормальных и критерию максимальных касательных напряжений, и согласуются с расчетами по критерию удельной энергии формоизменения. Для титанового сплава все критерии дают более чем на порядок завышенные по отношению к экспериментальным данным значения усталостной долговечности.

#### Заключение

Решение задач усталости материалов и элементов конструкций при двухосном комбинированном нагружении может быть построено на основе классических критериев разрушения. Точность получаемых решений будет зависеть от соответствия структуры критерия пластическим свойствам материала, которые задаются величиной отношения пределов усталости при чистом кручении и осевом растяжении-сжатии. Необходимым условием является также выпуклость диаграммы амплитуд предельных напряжений, задающих зависимость между разрушающими значениями амплитуд нормальных и касательных компонент цикла напряжений.

#### Литература

1. Хейвуд Р.Б. Проектирование с учетом усталости [Текст]: моногр., пер. с англ. /Р.Б.Хейвуд. — М.: Машиностроение. — 1969. — 504 с.
2. Серенсен С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Справочное пособие [Текст]: моногр. /С.В.Серенсен, В.П.Когаев, Р.М.Шнейдерович. — М.: Машиностроение, 1975. — 488 с.
3. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени [Текст]: моногр. /В.П.Когаев. — М.: Машиностроение. — 1977. — 232 с.

4. Биргер И.А. Условия усталостной прочности при сложном напряженном состоянии [Текст] /И.А.Биргер// Прочность авиадвигателей. Сб. статей под ред. С.В.Серенсена. — М.: Оборонгиз, 1952. — №7. — С. 130-163.

5. Mc Diarmid D.L. A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction [Text] /D.L. McDiarmid // Fatigue Fracture Eng. Mater. — 1994. — Vol. 17. — P. 1475-1484.

6. Tanaka K. The strength of JIS SNCM8 steel under combined alternating stresses [Text] /K.Tanaka, S.Matsuoka //Advances in Research on the Strength and Fracture of Materials. Vol. 28. — New York: Pergamon Press, 1978. — P. 1161-1168.

7. Akiniwa V. Fatigue strength of spring steel under axial and torsional loading in the very high cycle regime [Text] / V.Akiniwa, S.Stanzl-Tschegg, H.Mayer, M.Wakita, K.Tanaka // Intern. Journ. Fatigue. — 2008. — Vol. 30. — P. 2057-2063.

8. Findley W.N. Theory for combined bending and torsion fatigue with data for SAE 4340 steel [Text] / W.N.Findley, J.J.Coleman, B.C.Hanley // Proc. Intern. Conf. Fatigue of Metals. — London, 1956. — P. 150-157.

9. Казенина А.Д. Сопротивление усталости конструкционных сталей при циклическом кручении с изгибом [Текст] /А.Д.Казенина, С.Л.Маневич, Г.Н.Филимонов // Прочность материалов и элементов конструкций.- Ленинград: Изд-во Ленинградского кораблестроительного института. — 1985. — С. 40-46.

10. Шаманин Ю.А. Усталостная прочность титановых сплавов при синфазном действии переменных нормальных и касательных напряжений [Текст] /Ю.А.Шаманин //Пробл. прочности. — 1984. — №12. — С. 26-35.

Поступила в редакцию 01.07.2014

**В.П. Голуб. До розв'язку задач втоми за умов двовісного комбінованого навантаження на основі класичних критеріїв руйнування**

*Розглядається застосування класичних критеріїв руйнування для оцінки граничного стану та довговічності суцільних призматичних зразків за умов комбінованого навантаження осьовим розтягом-стиском та скрученням, циклічним згином та скрученням. У якості критеріїв руйнування обрано критерії максимальних нормальних напружень, критерій максимальних дотичних напружень та критерій питомої енергії зміни форми. Розв'язано та апробовано експериментально задачі розрахунку амплітуд граничних нормальних та дотичних напружень та задачі розрахунку довговічності внаслідок втоми.*

**Ключові слова:** суцільні циліндричні зразки, двовісне комбіноване навантаження, циклічний розтяг-стиск, циклічний згин, циклічне скручення, двовісна втома, граничний стан, довговічність внаслідок втоми.

**V.P.Golub. On the solution of the fatigue problems under the biaxial combined loading based on the classical fracture criteria**

*The applicability of the classical fracture criteria for the evaluation of the limit state and the fatigue life-time of solid prismatic specimens under combined loading by axial tension-compression with torsion and bending with torsion. The criterion of maximum normal stresses, the criterion of maximum shear stresses and the distortion energy density criterion are chosen as fracture criteria. The problem of ultimate amplitudes of normal and shear stresses calculation and the problems of fatigue life-time calculation have been solved and experimentally approved.*

**Keywords:** solid cylindrical specimens, biaxial combined loading, cyclic tension-compression, cyclic bending, cyclic torsion, biaxial fatigue ultimate state, fatigue life-time.