

УДК 621.646.42: 621.05

С.А. ШЕВЧЕНКО<sup>1</sup>, Ю.А. МИТИКОВ<sup>2</sup>, А.Л. ГРИГОРЬЕВ<sup>3</sup><sup>1</sup>Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное», Украина<sup>2</sup>Днепропетровский национальный университет, Украина<sup>3</sup>Национальный технический университет «ХПИ», Украина

## ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА АГРЕГАТОВ АВТОМАТИКИ ПНЕВМОСИСТЕМ РАКЕТНОЙ ТЕХНИКИ ПРИ УЧЕТЕ ФАКТОРА СЖИМАЕМОСТИ ГЕЛИЯ

Показано, что при расчете параметров гелия в агрегатах автоматики ракетной техники допустимо использовать модель реального газа Абея. Выведено уточненное уравнение сжимаемости гелия в полости и получены простые формулы для расчета фактора сжимаемости, энтальпии, модуля сжимаемости, скорости звука, функций давления, эффекта Джоуля – Томсона. Уточнены формулы для расчета расхода гелия через дроссель. Проведено сравнительное исследование моделей идеального и реального газа на примерах динамического расчета двух пневмосистем. Учет фактора сжимаемости гелия уточнил темп снижения давления в баллонах и жесткость переходных процессов.

**Ключевые слова:** агрегат пневмоавтоматики, ЖРД многократного включения, рулевая машина, газодинамический расчет, реальный газ, уравнение состояния гелия, фактор сжимаемости.

### Введение и постановка задачи

В работах [1,2] представлена замкнутая дискретно-континуальная модель пневмосистемы запуска ЖРД многократного включения, устанавливаемого на верхние ступени ракет-носителей. Модель описывает колебания параметров газа в трубопроводах, для чего используются уравнения одномерной газовой динамики, и изменения давления и температуры газа в полостях. Параметры сжатого гелия, используемого в качестве рабочего тела пневмосистемы, описываются уравнением состояния идеального газа. Особенности модели являются учет теплообмена со стенками полостей, а также уточнение газодинамических сил, возникающих в зазоре между клапаном и седлом, и усилий замыкающих пружин, где учитываются колебания витков. Показана удовлетворительная сходимость результатов расчета и эксперимента, полученных по модели и при огневых испытаниях двигателя.

В работе [3] выполнено уточнение этой модели. Оно касается учета инерционности газа при его нестационарном выпуске из шаробаллона. Указанный эффект моделируется при использовании приведенной массы газа. Показано, что учет инерционности газа в горловине и штуцере шаробаллона изменяет частоты колебаний системы и улучшает сходимость расчетных и экспериментальных данных.

В работе [4] эта же пневмосистема использовалась для проведения эксперимента по определению скорости звука для столба воздуха в канале с гофрированной стенкой – металлорукаве. Попутно выявлен эффект

значительного (на 2030 градусов) снижения температуры воздуха при его дросселировании через клапанную щель, что противоречит теории идеального газа, но объясняется теорией реального газа, описываемого уравнением состояния

$$p = z \rho R T, \quad (1)$$

связывающим давление  $p$ , плотность  $\rho$  и температуру  $T$ ;  $R$  – газовая постоянная;  $z(p, T)$  – фактор сжимаемости [5]. После чего был поставлен вопрос о целесообразности внесения уточнений в математическую модель [1,2] пневмосистемы.

Переход к модели реального газа (это цель данной работы) предполагает решение задач по уточнению ряда расчетных уравнений и формул:

- уравнения сжимаемости газа в полости;
- формул для скорости звука и инвариантов уравнений одномерной газовой динамики;
- формулы Сен-Венана для расхода газа;
- формулы для температуры газа после дросселирования с учетом эффекта Джоуля – Томсона.

Причем при решении этих задач должна быть учтена специфика моделируемых устройств, диапазоны изменения их параметров, а предлагаемые уточнения не должны быть излишне сложными.

Первый и третий пункты перечня задач исследовались в статье [6], но ее автор *проф. В.Ф. Присяков* не включил эту теорию в свой учебник [7]. Противоречие между текстами работ [6] и [7] создавало впечатление, что ука-

занные уточнения для агрегатов пневмоавтоматики ракетной техники не столь уж важны, но специалисты понимали их важность и использовали в своих работах [8,9].

Известно, что в этой отрасли для моделирования динамики пневмо- и гидросистем, как правило, используются дискретные модели, и континуально-дискретная модель [1] является исключением. В других областях технической газодинамики, стремясь повысить точность моделирования, не только отказались от уравнений идеального газа, но и от возможности приближенного решения волнового уравнения с потерями в инвариантах, и используют, например, сеточные методы. Поэтому, если судить по доступным литературным источникам, комплекс из 4-х изменений, актуальный для модели [1], в этой публикации представляется впервые.

В конце статьи помещен отчет об эффективности учета этих изменений на примерах из практики проектирования двух пневмосистем – для обеспечения многократного включения ЖРД третьей ступени и поворота вектора тяги первой ступени ракеты-носителя (РН). Поскольку рабочим телом в этих и многих других системах является гелий, мы ограничились учетом фактора сжимаемости гелия.

#### Анализ известных методов учета фактора сжимаемости гелия

Уравнение сжимаемости гелия из [6], использованное также в [8], имело вид

$$\dot{p} = z \frac{k-1}{V} \left[ \dot{Q}_b - \frac{k \cdot \dot{m} \cdot R \cdot T}{k-1} \right] + \frac{\dot{z}}{z} \cdot p, \quad (2)$$

где  $k = 1.66$  – это показатель адиабаты гелия;

$\dot{Q}_b$  – поток приходящего тепла от стенок. Оно было получено для полости постоянного объема  $V$ ; кроме того, предполагалось, что поток массы  $\dot{m}$  имеет одно направление течения – из полости, и обратные забросы (которые обычны для агрегатов пневмоавтоматики) невозможны.

В работе [6] рекомендуется вычислять  $\dot{z}$  по результатам расчета на предыдущем шаге интегрирования, что допустимо при медленном и монотонном изменении параметров, но не при колебаниях, как это происходит в агрегатах пневмоавтоматики.

Кроме того, поскольку фактор  $z$  зависит от давления и температуры, то уравнение (2) не позволяет найти модуль сжимаемости и скорость звука.

Можно указать недостаток, препятствующий применению уравнения (2) для расчета параметров других рабочих тел. При его выводе использованы формулы Майера для теплоемкости

$$c_v = R / (k-1); \quad c_p = k \cdot R / (k-1), \quad (3)$$

справедливые для идеального газа, а у реального газа теплоемкость зависит от температуры и давления. Исключение представляет гелий, у которого указанная зависимость существенна только в области низких температур (когда  $T < 20\text{ K}$ ), но для других рабочих тел она заметна, и ее нужно учитывать [5]. Однако, у любого реального газа, в том числе и у гелия, существует внутренняя потенциальная энергия, которая при выводе (2) не учтена.

В работе [9] уравнение (2) было уточнено. Использование равенства

$$\dot{z} = z'_p \cdot \dot{p} + z'_T \cdot \dot{T}$$

позволило отказаться от интегрирования уравнения (2) с запаздывающей правой частью, как это делалось в [6] и [8]. Однако, при выводе расчетных уравнений не была учтена зависимость энтальпии от давления; в результате процесс сжатия газа в полости описывался не одним (как это следует из физики описываемого процесса), а двумя модулями сжимаемости – модулем  $K_v$  для изменения объема при неизменной массе и модулем  $K_m$  для изменения массы газа при неизменном объеме,

$$K_m = \frac{k + (k-1)z_T}{1-z_p} p, \quad K_v = \frac{k + (k-1)(z_T z + z - 1)}{1-z_p} p,$$

где  $z_T = T \cdot z'_T / z$ ;  $z_p = p \cdot z'_p / z$ .

Кроме того, при вычислении этих производных использовалась приближенная зависимость вида

$$z = 0.97 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p / T, \quad (4)$$

где  $a_1 = 5.1 \cdot 10^{-4}$ ,  $a_2 = 1.427$ ; давления  $p$  имеют размерность МПа.

Формула (4), как утверждалось в [6], имеет при  $p < 20$  МПа погрешность менее 1%, но дифференцирование снижает точность аппроксимирующих формул. Кроме того, максимальное давление гелия в области рабочих режимов агрегатов пневмоавтоматики ракетной техники (рис.1) превышает 20 МПа.

#### Выбор уравнения состояния гелия

Вириальное уравнение состояния гелия, использованное в [10] в качестве стандарта для описания его физических свойств при  $T > 20\text{ K}$ , содержит 32 коэффициента, что затрудняет дифференцирование. Как следует из таблиц [10], в подобласти высокого давления (рис.1) фактор сжимаемости  $z$  составляет 1.05...1.2, и использовать здесь уравнение состояния идеального газа недопустимо. Для похожих задач в [11] используются две модели реального газа – Ван-дер-Ваальса и Абеля. У газа Ван-дер-Ваальса коэффициенты уравнения состояния

$$(p + 3\rho_{кр}(\rho/\rho_{кр})^2)(V - (m/\rho_{кр})/3) = R m T \quad (5)$$

зависят от плотности  $\rho_{кр}$ , давления  $p_{кр}$  и температуры  $T_{кр}$  в критической точке, причем

$$p_{кр} = z_{кр} \rho_{кр} R T_{кр} \text{ и } z_{кр} = 0.375.$$

Из (5) следует формула для фактора сжимаемости газа Ван-дер-Ваальса:

$$z = 1 / [(1 + 3(p_{кр}/p)(\rho/\rho_{кр})^2)(1 - (\rho/\rho_{кр})/3)]. \quad (6)$$

Как указано в [10], у гелия

$$\rho_{кр} = 69.6 \text{ кг/м}^3, p_{кр} = 0.22 \text{ МПа}, T_{кр} = 5.2 \text{ К}$$

$$R = 2078 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \text{ и } z_{кр} = 0.303.$$

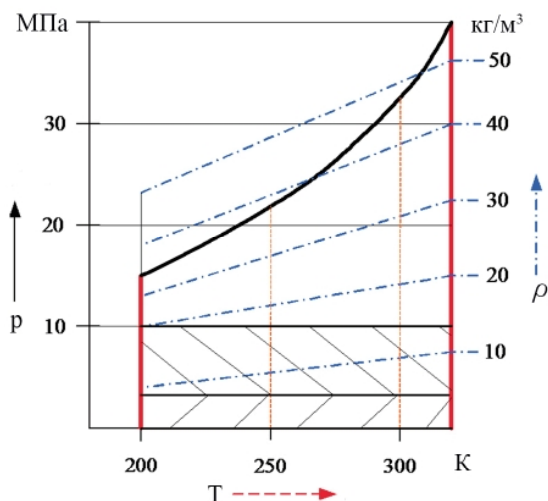


Рис. 1. Параметры гелия в области рабочих режимов агрегатов пневмоавтоматики; штриховкой выделены подобласти низкого (пневмопривод) и среднего (управление) регулируемого давления; подобласть высокого регулируемого (пневмогидропривод) и нерегулируемого (шаробаллон) давления ограничена сверху адиабатой

Следовательно, уравнение (5) выполняется приближенно, что привело к недостаточной точности формулы (6); к тому же она имеет сложный вид.

В высокотемпературной области  $T_{кр}/T \ll 1$ , и в правой части вириального уравнения гелия обычно оставляют только два слагаемых

$$p/\rho = R T + b_2 R p, \quad (7)$$

а так называемый второй вириальный коэффициент  $b_2$  подбирают из условия наилучшей аппроксимации табличных данных [10] для заданных диапазонов изменения параметров

газа. Реализация этого метода проиллюстрирована на рис. 2; усреднение по 20-ти точкам, попадающим внутрь области рабочих режимов (рис.1), дало значение

$$b_2 = 1.378 \text{ [К/МПа]}.$$

Равенство (7) можно записать в форме уравнения состояния газа Абеля:

$$p V = (1 + b_2 p/T) R m T, \quad (8)$$

которое является частным случаем уравнения (5):

$$p(V - b_2 R m) = m R T. \quad (9)$$

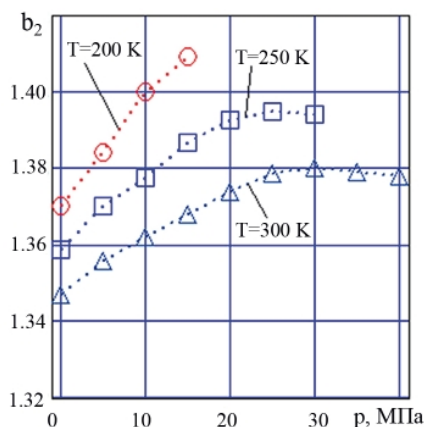


Рис. 2. Выбор константы аппроксимации

Из (8) вытекает формула

$$z = 1 + b_2 p/T, \quad (10)$$

а из (9) – формальное постоянство внутренней потенциальной энергии. Но изменение этой энергии в расчете учитывается в зависимости энтальпии от давления; ее производная имеет вид [11]:

$$\partial h / \partial p = m^{-1}(V - RmT/p) = b_2 R = c_2,$$

следовательно

$$h = c_p T + c_2 p + h_0^0, \quad (11)$$

где  $h_0^0$  – это *теплота сублимации*;

$$c_2 = 0.002862 \text{ [м}^3/\text{кг]}.$$

Константа  $c_2$  входит также в формулу

$$z = 1 / (1 - c_2 \rho), \quad (12)$$

которая выводится из (8) и (10).

Результаты расчета по формулам (10) и (11) на рис. 3 а, б показаны в сравнении с табличными значениями из справочника [10]. Для параметров гелия, попадающих в рабочую область, максимальная относительная погрешность расчета фактора сжимаемости составила 0.2%, а энтальпии – 0.4%. Относительная погрешность для определения зависимости энтальпии от давления не превысила 7%.

В дальнейших выкладках теплоту сублимации учитывать не будем, а уравнение (11) с учетом (10) преобразуем к следующему эквивалентному виду:

$$h = c_p T(1 + (1 - 1/k)(z - 1)). \quad (13)$$

Таким образом, модель реального газа Абеля при усредненном значении вириального коэффициента  $b_2$  имеет достаточную точность для описания массы и полной энергии гелия.

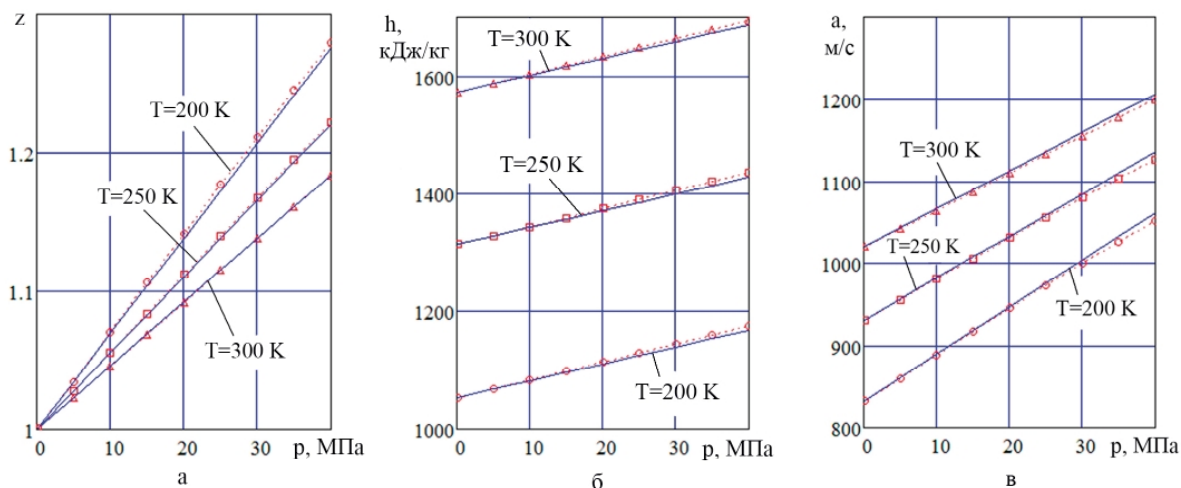


Рис. 3. Сопоставление табличных (пунктирные линии) и расчетных (сплошные линии) данных

**Вывод уточненного уравнения сжимаемости гелия в полости**

Изменим, по сравнению с (2), направления для положительных потоков массы  $m$  и тепла  $Q$ ; величина  $\dot{m}$  в этом случае обозначает не только поток, но и скорость изменения массы газа в полости.

В результате уравнение (2) примет вид:

$$\dot{p} = z \frac{k-1}{V} \left[ \frac{k \dot{m} R T}{k-1} - \dot{Q} \right] + \frac{\dot{z}}{z} p, \quad (14)$$

и его будем сравнивать с тем, что выведем ниже.

Запишем уравнение (1) для состояния гелия как реального газа и продифференцируем обе части равенства  $pV = z m R T$  по времени:

$$\dot{p} V + p \dot{V} = \dot{z} m R T + z \dot{m} R T + z m R \dot{T}. \quad (15)$$

Из первого начала термодинамики имеем

$$c_V (\dot{m} T + m \dot{T}) + p \dot{V} = h_{in} \dot{m} - \dot{Q}, \quad (16)$$

где  $h_{in}$  — это энтальпия газа в потоке массы  $\dot{m}$ .

Используя формулы (3) для теплоемкостей, из системы (15), (16) исключим производную  $\dot{T}$ ; после несложных преобразований с учетом формулы (13) для энтальпии  $h$  газа в полости получаем

$$\dot{p} = \frac{\dot{z}}{z} p + (k + (k-1)(z-1)) \frac{\dot{p}}{\rho} + \frac{z(k-1)}{V} \Sigma \dot{Q}, \quad (17)$$

где в суммарном потоке энергии

$$\Sigma \dot{Q} = (h_{in} - h) \dot{m} - \dot{Q}$$

учтена разность теплосодержания газа.

Чтобы устранить из (17) производную  $\dot{z}$  продифференцируем (12):

$$\dot{z} = c_2 / (1 - c_2 \rho)^2 \dot{\rho} = c_2 z^2 \dot{\rho} = (z-1) z \dot{\rho} / \rho,$$

откуда  $\dot{z} / z = (z-1) \dot{\rho} / \rho$ .

Подстановка в (17) приводит к искомому уравнению сжимаемости:

$$\dot{p} = k z \frac{\dot{\rho}}{\rho} p + \frac{z(k-1)}{V} [(h_{in} - h) \dot{m} - \dot{Q}]. \quad (18)$$

Если газ уходит из полости постоянного объема, то (18) принимает вид

$$\dot{p} = \frac{z(k-1)}{V} \left( \frac{z k \dot{m} R T}{k-1} - \dot{Q} \right),$$

который отличается от уравнения (14).

**Модуль сжимаемости и характеристики адиабаты для гелия**

Этот модуль находят из уравнения (17) при условии  $\dot{Q} = 0$ ,  $h_{in} = h$  по формуле

$$K = \rho dp / d\rho.$$

Для этого случая уравнение (18) упрощается:

$$\dot{p} = k z p \dot{\rho} / \rho, \quad (19)$$

и мы получаем

$$K = z k p. \quad (20)$$

Оказалось, что гелий как реальный газ имеет больший модуль сжимаемости, чем идеальный газ при том же значении давления. При значениях параметров газа, соответствующих 1-му включению ЖРД [1], получаем увеличение модуля сжимаемости на 16%, что приводит к повышенной амплитуде колебаний давления во входной магистрали.

Чтобы получить соотношения параметров газа на адиабате перепишем уравнение (19) в виде

$$\dot{p}/p = k \dot{\rho} / [(1 - c_2 \rho) \rho]$$

и проинтегрируем обе части этого равенства. После преобразований получаем:

$$p/p_0 = ((z(\rho)\rho)/(z(\rho_0)\rho_0))^k. \quad (21)$$

Как видим, (21) повторяет адиабатическое соотношение идеального газа, но для скорректированного значения плотности. Фактор  $z(\rho) > 1$ , и коррекция уменьшает плотность газа в  $z$  раз. Это, например, означает, что к началу первого включения пневмосистемы запуска ЖРД масса гелия в шаробаллоне окажется на 16% меньше, чем ее значение, определенное по формулам идеального газа.

Для температуры используем уравнение (1):

$$T = p/(z\rho R),$$

откуда 
$$\frac{T}{T_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{z(\rho)\rho}{z(\rho_0)\rho_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1/k},$$

то есть 
$$T/T_0 = (p/p_0)^{(k-1)/k}. \quad (22)$$

Оказалось, что у гелия в области рабочих режимов пневмоавтоматики зависимость адиабатической температуры от давления такая же, как у идеального газа с показателем адиабаты  $k = 1.66$ .

### Скорость звука и функции давления для волновых инвариантов Римана

После перехода к модели реального газа изменяется формула для расчета скорости звука в трубопроводе, наполненном сжатым гелием:

$$\hat{a} = \sqrt{dp/d\rho} = \sqrt{z^2 k R T} = z a, \quad (23)$$

где  $a = \sqrt{k R T}$  – адиабатическая скорость звука.

Формула (23) с высокой точностью (рис. 3 в) соответствует табличным значениям из справочника [10]; максимальная относительная погрешность для области рабочих режимов не превосходит 0.5%. Это означает, что модель реального газа Абеля с усредненным значением вириального коэффициента  $b_2$  допускает возможность дифференцирования всех составляющих своего уравнения состояния.

При расчетах входного трубопровода пневмосистемы запуска ЖРД скорость звука

на первом включении увеличится примерно на 16%, а на последнем включении – менее чем на 3%.

Для учета колебаний параметров газа в этом трубопроводе, а также во входном трубопроводе управляющего регулятора, используются волновые инварианты Римана (адиабатический и изотермический) и соответствующие функции давления

$$\varepsilon_{ад}(p) = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\hat{a}p} = \int_{p_0}^p \frac{dp}{a(T)z(\rho)\rho};$$

$$\varepsilon_{из}(p) = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\bar{a}p} = \int_{p_0}^p \frac{dp}{a(T_0)z(\rho)\rho}.$$

Поскольку для гелия  $a(T)$  и  $z(\rho)\rho$  зависят от давления газа  $p$  таким же образом, как в модели идеального газа, то расчетные формулы для функций давления не изменяются.

### Расчет эффекта Джоуля-Томсона

В моделях [1], [6] и [8] использовалось предположение, что после дросселирования газа через зазоры клапанов его температура торможения восстанавливается до прежнего уровня. Однако, описанные в [4] эксперименты разрушили последние сомнения: температура газа по выходу из регулятора до прежнего уровня не восстанавливается. Поскольку единственное объяснение мог дать эффект Джоуля – Томсона, авторы обратились к теории этого эффекта [5] и нашли следующую формулу для дифференциального эффекта Джоуля – Томсона:

$$\partial T(p, h) / \partial p = C_p^{-1} \cdot [T \cdot \partial V(p, t) / \partial T - V],$$

где  $C_p = c_p \cdot m$  – это теплоемкость газа в полости.

Для идеального газа  $\partial T(p, h) / \partial p = 0$ , и это означает, что если при дросселировании пренебречь теплообменом, то температура торможения  $T$  не изменяется; этим предположением и пользовались в [1], [6] и [8]. Но для реального газа Абеля мы получим другой результат:

$$\partial T(p, h) / \partial p = (R/c_p)(T^2/p) \partial z(p, T) / \partial T.$$

После учета формулы (11) получаем

$$\partial z / \partial T = -b_2 p / T^2, \text{ и}$$

$$\partial T(p, h) / \partial p = -b_2 \cdot (1 - 1/k) = -K_T; \quad (24)$$

коэффициент  $K_T \approx 0.55$  град/МПа

Уравнение (24) имеет простейшее решение:

$$\Delta T = -K_T \Delta p,$$

где  $\Delta T, \Delta p$  – изменения температуры и давления при прохождении дросселя.

То есть уменьшение давления при дросселировании на 10 МПа повышает температуру торможения на 5.5°...5.9° (учтена 7%-ая

погрешность определения коэффициента  $K_T$ ). А на 1-ом включении ЖРД при прохождении через клапанную щель регулятора температура повысится на 17...18 градусов.

Эффект Джоуля – Томсона для гелия оказался отрицательным. Для воздуха он положительный, что и было подтверждено в экспериментах [4].

### Корректировка формул Сен-Венана

При малом перепаде давления формула Сен-Венана для расхода  $\dot{m}$  через сечение с эффективной площадью  $\mu f$  повторяет закон Бернулли:

$$\dot{m} = \mu f \sqrt{2 \cdot \rho \cdot \Delta p}.$$

Переход к модели реального газа уменьшает плотность в  $z$  раз, расход уменьшается в  $\sqrt{z}$  раз, что отражено в формулах [6]. Но для потока массы гелия через отверстие при большом перепаде давления формулу Сен-Венана необходимо уточнять, а уточнение обосновывать. Кроме того, в [6] используется предположение, что в силу адиабатичности температура торможения газа в магистрали не изменяется и эффект Джоуля-Томсона игнорируется.

В книге Л.Г. Лойцянского [12] приводится изэнтропическая формула для температуры:

$$T = T_0 / (1 + 0.5(k-1)M^2). \quad (25)$$

где  $M$  – это число Маха (считаем, что в начальном сечении оно равно 0).

Отсюда следует, что при установившемся течении теплоизолированного идеального газа температура торможения не изменяется, а текущая температура зависит от скорости газа и, напрямую, не зависит от его давления. Но у реального газа это не так: изменение давления через эффект Джоуля-Томсона напрямую влияет на изменение текущей температуры и температуры торможения. Наиболее просто это влияние проявляется у гелия, где вместо (25) мы будем иметь такую зависимость:

$$T = (T_0 + K_T(p_0 - p)) / (1 + 0.5(k-1)z^2 M^2). \quad (26)$$

Алгебраическое соотношение (26) вместе с равенствами (21), (22), уравнением (1) и определением

$$M = U / (z \sqrt{kRT}), \quad (27)$$

$U$  – текущая скорость, образуют замкнутую систему уравнений, описывающую изменение параметров газа на участке адиабатического расширения.

Параметры газа, отвечающие минимальному сечению с площадью  $A_* = \mu f$ , будем помечать индексом \*, а начальному сечению – индексом 0. Расход при критическом перепаде определяется так:

$$\dot{m} = \rho_* \hat{a}_* A_* = \rho_* z_* a_* A_* = \rho_* z_* \sqrt{kRT_*} A_*,$$

и, в силу соотношений (21) и (22) он зависит

от начальных параметров и критической температуры:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho_0 z_0 \cdot (T_* / T_0)^{1/(k-1)} \sqrt{kRT_*} \cdot A_* = \\ &= \rho_0 / (R T_0) \cdot (T_* / T_0)^{1/(k-1)} \sqrt{kRT_*} \cdot A_* . \end{aligned}$$

Формула для  $T_*$  выводится из равенства

$$U_*^2 = [2kR / (k-1)] (T_0 \beta_0 - T_* \beta_*), \quad (28)$$

в которое превращается (26) после подстановки (27) и использования обозначений

$$\beta_0 = 1 + K_T p_0 / T_0 = 1 + (1-1/k)(z_0 - 1);$$

$$\beta_* = 1 + K_T p_* / T_* = 1 + (1-1/k)(z_* - 1).$$

Равенство (28) имеет физический смысл, который является следствием (13): после умножения на  $0.5 \cdot \Delta m$ , где  $\Delta m$  – это элементарная масса газа, участвующая в установившемся течении газа через дроссель, слева получим увеличение ее кинетической энергии, а справа – уменьшение энтальпии.

Поскольку  $U_*^2 = z^2 k R T_*$ , то

$$T_* = \frac{T_0 \beta_0}{\beta_* + 0.5(k-1)z_*^2} = \frac{2T_0}{k+1} \cdot \frac{1 + [1-1/k](z_0 - 1)}{1 + [1-1/k] \cdot 2(z_* - 1)}.$$

Учтем, что  $z_0 - 1 = b_2 p_0 / T_0$ ,  $z_* - 1 = b_2 p_* / T_*$ , и полученное после этих подстановок уравнение объединим вместе с (22) в систему

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{T_* + [1-1/k] b_2 \cdot 2 p_*}{T_0 + [1-1/k] b_2 \cdot p_0} &= \frac{2}{k+1}; \quad \frac{p_*}{p_0} = \left( \frac{T_*}{T_0} \right)^{k/(k-1)} \end{aligned} \right.$$

Решение этой системы ищем в виде

$$T_* = [2 / (k+1)] T_0 (1 - \delta T);$$

$$p_* = [2 / (k+1)]^{k/(k-1)} p_0 (1 - \delta p).$$

Относительное уменьшение давления и температуры при  $z \leq 1.2$  описывается формулами

$$\delta p = (z_0 - 1) (2 \cdot [2 / (k+1)]^{1/(k-1)} - 1) \approx 0.3(z_0 - 1);$$

$$\delta T = (1-1/k) \delta p = 0.12(z_0 - 1),$$

и это снижает расход в  $\delta G$  раз,

$$\delta G = 1 - 0.5(1+1/k) \delta p \approx 1 - 0.24(z_0 - 1).$$

Допустимое пренебрежение этой поправкой компенсируется в расчете незначительным увеличением подъема клапана. Но повышенные температуры перед выпускным дросселем пневмосистемы на 6%, происходящее по причине действия эффекта Джоуля – Томсона, уменьшает расход газа примерно на 3%, и это уменьшение не компенсируется.

Уточним формулу Сен-Венана для отношения давлений  $p_0$ ,  $p_1$  до и после дросселя, меньшего критического. Как установлено выше, величина  $\Delta p_*$  критического перепада  $\Delta p = p_1 / p_0$  для сжатого гелия зависит от фактора сжимаемости и составляет

$$\Delta p_* = [2 / (k+1)]^{k/(k-1)} (1 - \delta p) = 0.487(1 - 0.3(z_0 - 1)).$$

Равенства (26), (27) для минимального сечения перепишем так:

$$U_*^2 = [2kR / (k-1)](T_0 + K_T p_0 - T_* - K_T p_*),$$

и преобразуем к виду

$$U_*^2 = \frac{2kRT_0}{(k-1)} \cdot (1 - \Delta p^{1-1/k} + (1-1/k)(z_0-1)(1-\Delta p)),$$

где  $p_* = p_1; T_* = T_0 (p_1 / p_0)^{1-1/k}$ .

Определим плотность в минимальном сечении:

$$\rho_* = \Delta p^{1/k} \rho_0 z_0 / z_* = \Delta p^{1/k} \rho_0 z_0 (1 - c_2 \rho_*),$$

откуда  $\rho_* = [p_0 / (RT_0)] \Delta p^{1/k} / (1 + \Delta p^{1/k} (z_0 - 1))$ .

Следовательно,

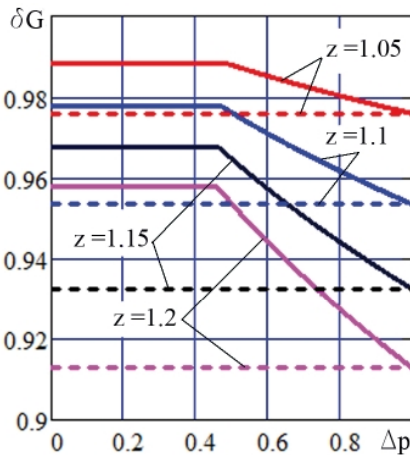
$$\dot{m} = \frac{\mu f \cdot p_0}{RT_0} \sqrt{\frac{2kRT_0}{k-1} (\Delta p^{2/k} - \Delta p^{1+1/k})} \delta G(z_0, \Delta p), \quad (29)$$

где вначале использована классическая формула Сен-Венана, а поправочный множитель учитывает фактор сжимаемости гелия и имеет вид:

$$\delta G(z, \Delta) = \frac{\sqrt{1 + (1-1/k)(z-1)(1-\Delta) / (1-\Delta^{1-1/k})}}{1 + \Delta^{1/k} (z-1)}$$

Изменение  $\delta G(z, \Delta)$  показано на рис.4; при  $z \leq 1.2$  допустимо использовать зависимость

$$\delta G(z, \Delta) = 1 - 0.5 \Delta (z-1).$$



**Рис. 4.** Коэффициент изменения расхода гелия через дроссель при перепадах давления  $\Delta p$  с учетом фактора сжимаемости  $z$ ; пунктиром показаны его значения из работы [6]

Излом графиков отвечает критическому перепаду, левее точки излома вместо (29) используем формулу

$$\dot{m} = \frac{\mu f p_0}{\sqrt{RT_0}} \cdot \frac{3\sqrt{15}}{16} (1 - 0.24 (z_0 - 1)). \quad (30)$$

### Уточнения расчетных уравнений

Для учета фактора сжимаемости гелия некоторые уравнения из [1,2] подлежат корректировке.

В уравнении сжимаемости газа для  $i$ -той полости уточняется модуль сжимаемости и формула для потока энергии при обмене массы:

$$\frac{V_i \dot{p}_i}{k z_i p_i} = -\dot{V}_i - R \sum_j \left[ \frac{b_2 + \sigma_{i,j}}{k} + \frac{\sigma_{i,j}}{p_i} \right] \cdot \dot{m}_{i,j} - \frac{(k-1)}{k p_i} \cdot \dot{Q}_i;$$

$$z_i = 1 + b_2 \frac{p_i}{T_i}; \quad \sigma_{i,j} = \begin{cases} T_i + b_2(1-1/k)p_i, & \dot{m}_{i,j} > 0; \\ T_j + b_2(1-1/k)p_j, & \dot{m}_{i,j} \leq 0, \end{cases}$$

а в уравнении неразрывности  $\dot{m}_i = -\sum_j \dot{m}_{i,j}$  поток массы  $\dot{m}_{i,j}$  вычисляется по формулам (29) или (30).

Температура газа в  $i$ -той полости определяется из уравнения состояния газа Абея по формуле

$$T_i = p_i V_i / (R m_i) - b_2 p_i.$$

При моделировании потока газа по трубопроводу запаздывания  $\tau_{\pm} = L / (\hat{a} \mp U)$  прямой и обратной волны на длине  $L$  определяются по уточненной скорости звука  $\hat{a} = z \cdot a$ . Кроме того, по уравнению Абея, а не Клапейрона, определяются начальные значения  $m_i$  массы гелия в полостях.

### Влияние фактора сжимаемости гелия на работу пневмосистемы запуска ЖРД

Расчетная схема этой пневмосистемы (рис. 5) содержит 19 полостей, 8 трубопроводов, 3 клапана, 4 поршня, 5 пружин. В модели [1,2] неустановившееся движение газа по трубопроводу, динамические деформации витков пружины и изменения температуры внутри стенки полости рассчитываются как системы с распределенными параметрами; для остальных элементов параметры сосредоточенные.

Учет фактора сжимаемости гелия, как показано выше, сводится к нетрудоёмкой модернизации алгоритма расчета, причем, если в уточненных формулах принять значение  $b_2 = 0$ , то компьютерная программа вернется к работе по прежней модели. Используя этот прием, мы сравнили результаты расчетов для 1-го включения двигателя (рис. 6). На том же рисунке приведена запись сигнала датчика давления, установленного перед пневмоклапаном. Фактор сжимаемости не оказал существенного влияния на переходные процессы в исследуемой системе, но уточнил темп снижения давления при выпуске гелия из шаробаллона, что важно для обеспечения штатной работы при последнем включении двигателя.

**Влияние фактора сжимаемости гелия на работу привода рулевой машины**

Устройство, расчетная схема которого показана на рис. 7, является источником энергии для привода исполнительного органа системы управления движением РН – рулевой машины (РМ). Пневматическая и гидравлическая части разделены самовыворачивающейся диафрагмой, установленной в диафрагменном

баке. В пневмоприводе используется гелий при начальном давлении 38 МПа, гидравлическая часть заполнена маслом, плотность, вязкость и другие характеристики которого близки к параметрам дизельного топлива. Поэтому при гидродинамическом расчете использовались уравнения и методы из [13], разработанные для динамического анализа дизельных топливных систем.

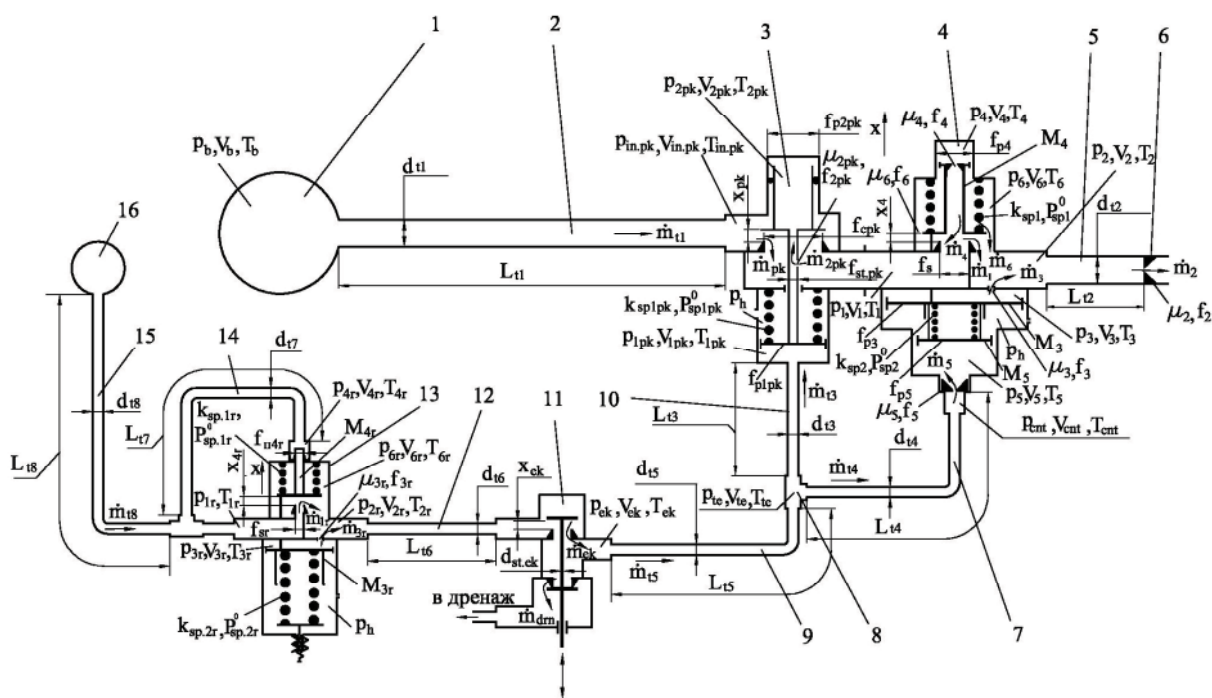


Рис. 5. Расчетная схема пневмосистемы запуска ЖРД:

1, 16 – шаробаллоны; 2, 5 – входной и выходной трубопроводы; 3 – пневмоклапан; 4, 13 – регуляторы давления; 6 – жиклер; 7, 9, 10, 12, 14, 15 – трубопроводы линии управления; 8 – тройник; 11 – электропневмоклапан

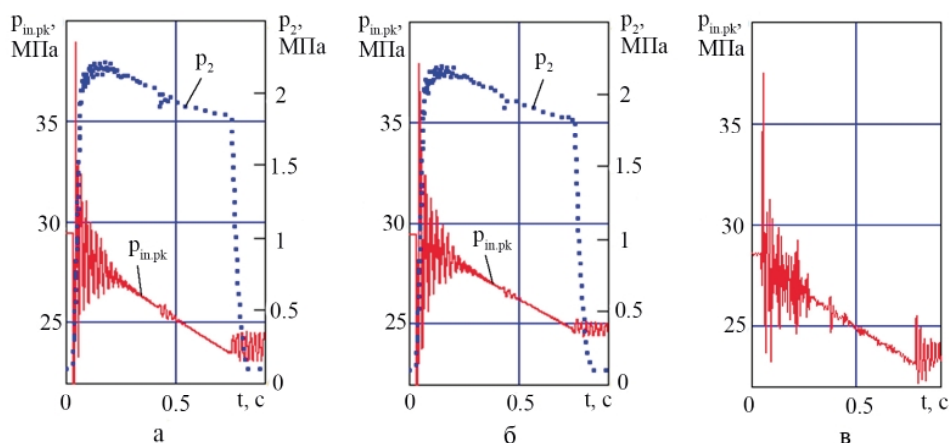


Рис. 6. Изменения давления гелия до и после регулятора: а – модель идеального газа; б – модель реального газа; в – результаты огневых испытаний ЖРД



Движение части диафрагмы, имеющей форму сферического купола, описывается уравнением

$M_d \ddot{x}_d = f_d (p_{oil} - p_d) + F_{пл} \text{sign}(\dot{x}_d)$ ,  $f_d = -dV_d / dx_d$ ,  
 где  $F_{пл}$  – сила трения, возникающая в материале диафрагмы при его пластической деформации.

Зависимости массы диафрагмы  $M_d$  и объема гелия  $V_d$  в баке от координаты  $x_d$  центра масс показаны на рис. 8. Методы получения зависимостей и особенности алгоритма расчета переходных процессов в этой публикации не рассматриваются.

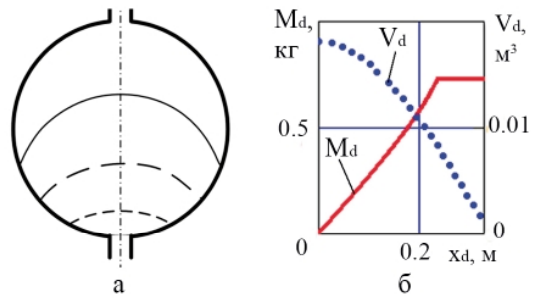


Рис. 8. Характеристики диафрагменного бака:  
 а – формы диафрагмы после контакта со стенкой;  
 б – изменения массы диафрагмы и объема гелия

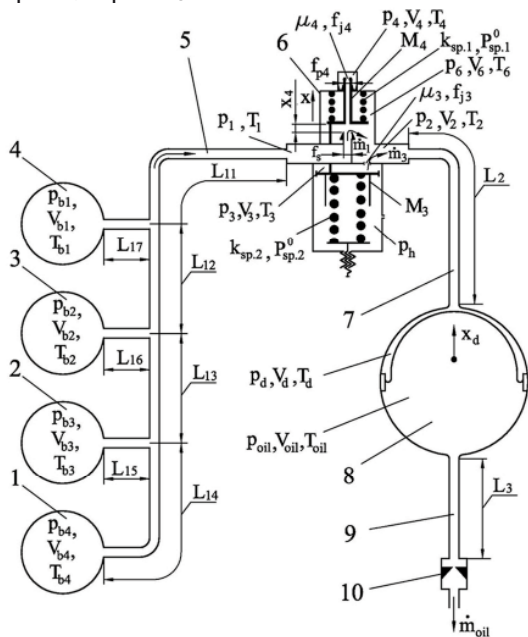


Рис. 7. Расчетная схема привода рулевой машины:  
 1-4 – баллон со сжатым газом; 5 – входной трубопровод; 6 – регулятор; 7 – выходной трубопровод; 8 – диафрагменный бак; 9 – гидравлический трубопровод; 10 – жиклер

На рис. 9 проиллюстрировано влияние фактора сжимаемости на темп и характер изменения давления и температуры гелия в полостях пневмосистемы во время его квазистатического выпуска (со средней для данного участка циклограммы объемной скоростью подачи масла); эти же графики используются при определении начальных условий для расчета форсированного импульса подачи масла. Давление  $p_b$  и температура  $T_b$  газа обозначают средние значения, вычисленные по всем баллонам и входным трубопроводам; возможность такого объединения полостей подтверждена на рис. 10. Использование уточненной формулы для энтальпии изменило характер протекания температуры гелия в диафрагменном баке, а учет фактора сжимаемости повысил скорость снижения давления газа в баллонах.

При квазистатическом расчете пневматической части привода рассматриваются две полости – до регулятора (с параметрами  $p_b, T_b, M_b$  и  $V_b = V_{b,0}$ ) и после регулятора ( $p_d = p_{d,0}, T_d, M_d$  и  $V_d$ ). Соответствующая система уравнений имеет вид

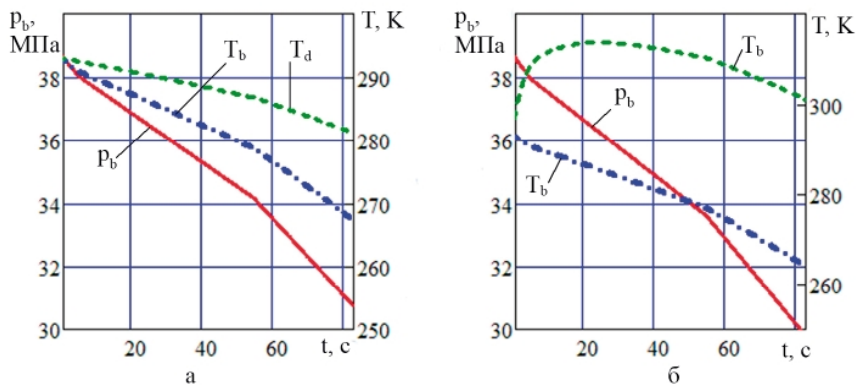


Рис. 9. Изменение параметров гелия за время рабочего цикла привода РМ:  
 а – модель идеального газа; б – модель реального газа

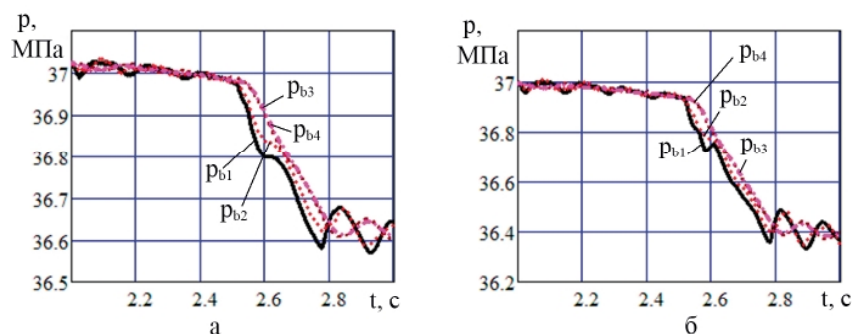


Рис.10. Изменения давлений в шаробаллонах при повороте вектора тяги:  
а – модель идеального газа; б – модель реального газа

$$\begin{cases} V_{b,0} \dot{p}_b = kR \left( 1 + b_2 \frac{p_b}{T_b} \right)^2 T_b \dot{m}_b; & T_b = T_{b,0} \left( \frac{p_b}{T_b} \right)^{1-1/k}; \\ \dot{V}_d p_{d,0} = -R (b_2 p_{d,0} + T_b + b_2 (1-1/k) p_b) \dot{m}_b. \end{cases}$$

Из данной системы после исключения других неизвестных выводится одно дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{1 + (z_{b,0} - 1)(p_b / p_{b,0})^{1/k} [1 - 1/k + p_{d,0} / p_b]}{\left[ 1 + (z_{b,0} - 1)(p_b / p_{b,0})^{1/k} \right]^2 \cdot k p_{d,0} / V_{b,0}} dp_b = 1; dV_d$$

здесь  $z_{b,0} = 1 + b_2 p_{b,0} / T_{b,0}$  – это фактор сжимаемости в начале выпуска гелия.

Это уравнение имеет приближенное решение

$$p_b(t) = p_{b,0} - \frac{k p_{b,0} (V_d(t) - V_{d,0})}{V_{b,0} (p_{b,0} / p_{d,0} + 1 - z_{b,0})},$$

функция  $V_d(t)$ , определяется расходом масла и задается циклограммой старта. Точки излома графиков  $p_b(t)$  на рис. 9 отвечают изменению условий полета ракеты.

Влияние фактора сжимаемости на переходные процессы при резком повороте вектора тяги проиллюстрировано на рис. 10 и 11. Динамический расчет проведен для начального участка циклограммы, где давление гелия и фактор сжимаемости имеют максимальные значения. Реальный газ имеет больший модуль сжимаемости, и это приводит к увеличению жесткости переходного процесса. Ступеньки на графике подъема клапана объясняются влиянием трения, действующего в манжетных уплотнениях; новый метод расчета силы трения описан в [14].

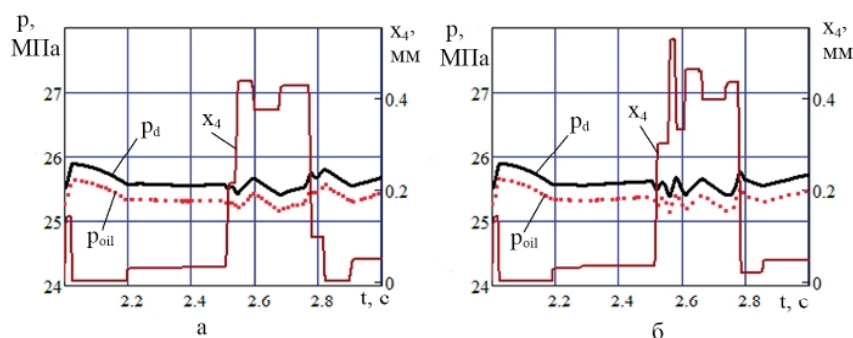


Рис. 11. Изменения давлений гелия и масла в баке и подъем клапана регулятора:  
а – модель идеального газа; б – модель реального газа

### Выводы

1. Показано, что при расчете параметров гелия в агрегатах автоматики ракетной техники допустимо использовать модель реального газа Абеля с усредненным (по всей области рабочих режимов) значением вириального коэффициента  $b_2$ .

2. При использовании указанной модели выведено уравнение сжимаемости гелия в полости и получены простые формулы для расчета фактора сжимаемости, энтальпии, модуля

сжимаемости, скорости звука, функций давления, а также интегрального эффекта Джоуля – Томсона, которые с достаточной точностью аппроксимируют табличные данные.

3. Выполнено уточнение формул Сен-Венана для расчета не критического и критического расхода гелия через дроссель.

4. Проведено сравнительное исследование моделей идеального газа и реального газа Абеля на примерах динамического расчета пневмосистемы запуска ЖРД многократного

включения и пневмопривода рулевой машины ракеты-носителя. Учет фактора сжимаемости гелия уточнил темп снижения давления в шаробаллонах, а также привел к незначительному увеличению жесткости переходных процессов, протекающих в этих пневмосистемах.

#### Литература

1. Шевченко С. А. Моделирование пневмосистемы запуска ЖРД при учете теплообмена газа со стенками полостей и уточнении сил, действующих на клапаны регуляторов [Текст] / С. А. Шевченко, А. Л. Григорьев, М. С. Степанов // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2015. – № 7(124). – С. 100–110.
2. Шевченко С. А. Уточнение метода инвариантов для расчета динамических параметров газа в трубопроводах пневмосистемы запуска ракетного двигателя [Текст] / С. А. Шевченко, А. Л. Григорьев, М. С. Степанов // *Вісник НТУ «ХПІ» : сб.наук.пр.* – Вип. 6 (1115). – Х., 2015. – С. 156-181.
3. Шевченко С. А. Уточненный расчет динамических параметров газа в шаробаллоне [Текст] / С. А. Шевченко, А. Л. Григорьев, М. С. Степанов // *Вісник НТУ «ХПІ» : сб.наук.пр.* – Вип. 45 (1154). – Х., 2015. – С. 32-40.
4. Шевченко С.А. Газодинамическое сопротивление и скорость звука в канале с гофрированной стенкой [Текст] / С. А. Шевченко, В. И. Конох, А. П. Макотер // *Вісник НТУ «ХПІ» : сб.наук.пр.* – Вип. 20 (1192). – Х., 2016. – С. 94-101.
5. Кириллин В.А. Техническая термодинамика [Текст] / В.А. Кириллин, В.В. Сычев, А. Е. Шейндлин – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 416 с.
6. Определение параметров газа при опорожнении емкости с учетом сжимаемости и сопротивления магистрали [Текст] / В.Ф.Присняков, М.И.Галась, А.И.Логвиненко [и др.]

// Проблемы высокотемпературной техники : сб.науч.тр.– Днепропетровск, 1981.– С.86-94.

7. Присняков В. Ф. Динамика жидкостных ракетных двигательных установок и систем питания [Текст] / В. Ф. Присняков. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.

8. Митиков Ю.А. Математическое моделирование параметров сверххолодной системы наддува топливного бака с керосином [Текст] / Ю.А.Митиков // *Космічна наука і технологія*. – 2015. – Т.21. – №5. – С.43-47.

9. Джеппа В.Л. Математическая модель процесса наддува топливных баков жидкостной реактивной двигательной установки малой тяги [Текст] / В. Л. Джеппа, А. А. Дубровинский, М. И. Кошкин // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2004. – № 8(16). – С.230–234.

10. Термодинамические свойства гелия [Текст] / В.В.Сычев, А.А.Вассерман, А.Д.Козлов [и др.]. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 320 с.

11. Цедерберг Н. В. Термодинамические и теплофизические свойства гелия [Текст] / Н.В.Цедерберг, В.Н.Попов, Н.А.Морозова. – М.: Атомиздат, 1969. – 276 с.

12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 736 с.

13. Григорьев А.Л. Использование интегралов Дюамеля для расчета импульсов давления и скорости течения вязкой жидкости по трубопроводу [Текст] / А.Л. Григорьев // *Вісник НТУ «ХПІ» : сб.наук.пр.* – Вип. 54(1027). – Х., 2013. – С.63-86.

14. Математическая модель манжетных уплотнений из фторопласта для агрегатов пневмоавтоматики ракетных двигателей [Текст] / А.С.Шевченко, С.А.Валивахин, А.Л.Григорьев [та ін.] // *Вісник НТУ «ХПІ» : сб.наук.пр.* – Вип.6 (1178). – Х., 2016. – С.124-143.

*Поступила в редакцию 16.05.2016*

#### **С.А. Шевченко, Ю.А. Мітіков, А.Л. Григор'єв. Особливості розрахунку агрегатів автоматизації пневмосистем ракетної техніки при урахуванні фактору стисливості гелію**

*Показано, що при розрахунку параметрів гелію в агрегатах автоматизації ракетної техніки припустимо використовувати модель реального газу Абеля. Виведено уточнене рівняння стисливості гелію в порожнині і отримані прості формули для розрахунку фактора стисливості, ентальпії, модуля стисливості, швидкості звуку, функцій тиску, ефекту Джоуля - Томсона. Уточнено формули для розрахунку витрат гелію через дросель. Проведено порівняльне дослідження моделей ідеального й реального газу на прикладах динамічного розрахунку двох пневмосистем. Урахування фактору стисливості гелію уточнило темп зниження тиску в балонах і жорсткість перехідних процесів.*

**Ключові слова:** агрегат пневмоавтоматики, РРД багаторазового включення, кермова машина, газодинамічний розрахунок, реальний газ, рівняння стану гелію, фактор стисливості.

**S.A. Shevchenko, Yu.A. Mitikov, A.L. Grigoriev. Specificity of control units of rocketry pneumatic systems analysis with allowance for the helium compressibility factor**

*It is shown that use of the model of the Abel real gas at analysis of the helium parameters in rocketry control units is acceptable. The improved equation of compressibility of helium in the cavity is deduced. The simple formulas for calculation of compressibility factor, enthalpy, compressibility modulus, velocity of sound, pressure function, Joule-Thomson effect are derived. The formulas for calculation of helium flow rate through throttle are improved. The comparative research of the ideal and real gas models is carried out at use of dynamic analysis of two pneumatic systems in capacity of an example. Due regard to the helium compressibility factor allows definition of the pressure decrease rate in the gas tanks and stiffness of the transient process.*

**Keywords:** *pneumatic control unit, LRE of multiple ignition, steering actuator, gas-dynamic analysis, real gas, helium state equation, compressibility factor.*